

Centre Economie et Gestion

**Changements structurels
dans un modèle économétrique
de demande de carburant**

A. FAUVEAU, P. CHOLLET, F. LANTZ

Octobre 1991

Cahiers du CEG - n^o 9

ENSPM - Centre Economie et Gestion
228-232, avenue Napoléon Bonaparte, Boîte postale 311, 92506 RUEIL MALMAISON
CEDEX.

télécopieur : 33 (1) 47 52 70 66 - téléphone : 33 (1) 47 52 64 25.

La collection "Cahiers du CEG" est un recueil des travaux réalisés au Centre d'Economie et Gestion de l'ENSPM, Institut Français du Pétrole. Elle a été mise en place pour permettre la diffusion de ces travaux, parfois sous une forme encore provisoire, afin de susciter des échanges de points de vue sur les sujets abordés.

Les opinions émises dans les textes publiés dans cette collection doivent être considérées comme propres à leurs auteurs et ne reflètent pas nécessairement le point de vue de l'IFP ou de l'ENSPM.

Pour toute information complémentaire, prière de contacter :
Saïd NACHET (*Responsable de la publication*) tél. (1) 47 52 64 08

"Cahiers du CEG" is a collection of researchs realized within the Center for Economics and Management of the ENSPM, Institut Français du Pétrole. The goal of such collection is to allow views exchange about the subjects treated of.

The opinions defended in the papers published are the author(s) sole responsibility and don't necessarily reflect the views of the IFP or ENSPM.

For any additional information, please contact :
Saïd NACHET (*Editor*) tel. (1) 47 52 64 08

DETECTION ET PRISE EN COMPTE DES CHANGEMENTS STRUCTURELS DANS UN MODELE ECONOMETRIQUE DE DEMANDE DE CARBURANT

A.FAUVEAU, Ph.CHOLLET, F.LANTZ

Ecole Nationale Supérieure du Pétrole et des Moteurs (ENSPM)

BP 311 - 92506 Rueil-Malmaison Cédex - France

Résumé : Les changements observés dans la demande de carburant en France depuis trois décennies soulèvent le problème de l'évolution du comportement des consommateurs et de sa prise en compte dans la modélisation économétrique. L'application de différents tests de stabilité temporelle des coefficients de régression - Chow, Brown, Durbin et Evans, Farley et Hinich - est développée à partir d'un modèle d'ajustement partiel. Ces tests mettent en évidence l'évolution progressive des paramètres liés au pouvoir d'achat (forte croissance suivie d'un ralentissement progressif) alors que l'effet prix est asymétrique suivant que ceux-ci varient à la hausse ou à la baisse. L'expertise combinant à la fois l'induction statistique et l'interprétation économique (loi d'Engel) permet d'améliorer la modélisation en y introduisant les modifications structurelles de la consommation. L'influence d'événements exceptionnels (crises pétrolières dans notre cas), se traduisant par des points aberrants sur l'ajustement économétrique, est discutée. Enfin, plusieurs spécifications d'équations corrigeant la stabilité temporelle sont comparées.

Abstract : *The changes in the French gasoline demand for the last thirty years raise serious questions about the stability of estimated relevant econometric models. Using a partial adjustment model, we apply a series of tests for structural change - Chow, Brown, Durbin and Evans, Farley and Hinich. These tests point out the regular changes of the purchasing power effect (growth and then slowdown) while the price effect varies only according to the orientation, namely growth versus decline, of price. By combining a formal statistical approach and the economic prediction from the theory of consumer choice (Engel's rule), we are able to improve the model by introducing the structural changes in demand. We discuss the role of outliers (associated to oil shocks) on stability. Finally, we compare several model specifications corrective for the changes in structure stability.*

Introduction

L'estimation des modèles économétriques de demande conduit à s'interroger sur l'évolution du comportement des consommateurs. L'hypothèse de stabilité des effets de prix et de revenu sous-jacente à la modélisation peut ne pas sembler pertinente au regard des mouvements économiques.

L'identification de changements structurels requiert à la fois l'utilisation de tests statistiques et une induction économique sur les comportements de demande. La question de la stabilité des relations se pose de façon particulièrement aiguë dans le domaine de la consommation d'énergie (Boop, 1984). Aussi allons-nous nous intéresser à la demande de carburant, en étudiant les techniques économétriques de traitement de la stabilité temporelle. Nous développons celles-ci dans le cadre plus large d'un système expert d'aide à la modélisation économétrique, appliqué à la demande d'énergie (Fauveau, 1992).

Après avoir analysé l'évolution de la consommation de carburant en France durant les trois dernières décennies, nous présentons, dans la section 1, une formalisation de la demande par un modèle d'ajustement partiel. La seconde section est consacrée à l'étude de la stabilité temporelle et de ses implications économiques (saturation de la demande, asymétrie des réactions à la hausse et à la baisse des prix). Puis la troisième section est dédiée à la comparaison de plusieurs spécifications économétriques permettant d'intégrer les modifications structurelles survenues au cours des trente dernières années. Enfin, nous concluons sur une synthèse des tests et des méthodes de régression relatifs à la stabilité temporelle tels que nous les développons au sein de notre système expert.

1 Modélisation de la demande de carburant

La consommation de carburant, hors gasoil, a connu une forte progression depuis le début des années soixante. Elle a triplé pour atteindre un peu plus de dix-huit millions de tonnes en 1990. Cependant cette évolution n'a pas été régulière : à une phase de croissance rapide caractérisée par un rythme de 8.5% par an, a succédé, à partir de 1974, une période de ralentissement jusqu'au début des années quatre-vingt et enfin, une stagnation du marché depuis cette époque. Cette dernière phase est marquée par une baisse de la consommation d'environ 1.5% par an sur les deux dernières années liée à l'accroissement de la part des véhicules diesel dans le parc automobile.

La progression régulière du niveau de vie des ménages ainsi que l'augmentation du prix du carburant à la suite des deux chocs pétroliers de 1973-74 et 1979 permettent d'expliquer une grande partie de l'évolution de la consommation de carburant. Toutefois, la stagnation de la demande observée sur la décennie quatre-vingt ne peut pas être attribuée au prix et au revenu, mais plutôt au taux d'équipement en automobiles. Après une progression de 9% par an durant les années soixante, le rythme

de croissance du parc de véhicules à essence s'est ralenti progressivement et est voisin de 1.5% par an en moyenne de 1988 à 1990. L'évolution différenciée de la demande de carburant et de ses principaux facteurs explicatifs (revenu, prix) conduit à s'interroger sur la stabilité des paramètres de régression.

L'équation de référence que nous avons retenue pour cette étude inclut une variable de prix du carburant et une variable d'activité. La nécessaire prise en compte de la dynamique de la demande est, dans un premier temps, obtenue par le biais d'un modèle d'ajustement partiel (Houthakker et Taylor, 1970). On peut se reporter à Dahl (1986) pour un panorama des modèles de demande de carburant.

La spécification adoptée correspond à l'approche la plus courante, une forme linéaire en logarithmes :

$$\ln(E_t) = \beta_0 + \beta_1 \ln(C_t) + \beta_2 \ln(P_t) + \beta_3 \ln(E_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (1)$$

avec

$t = 1962, 1963, \dots, 1990,$

E_t : consommation de carburant à la date t , en milliers de tonnes,

C_t : consommation privée à la date t , en milliards de francs-80,

P_t : prix du supercarburant à la date t , en francs-80 par litre.

L'équation fait apparaître directement les valeurs des élasticités comme coefficients estimés : les valeurs β_1 et β_2 sont respectivement l'élasticité par rapport à la variable de revenu et l'élasticité par rapport au prix. On y ajoute également les élasticités de long terme qui sont respectivement $\beta_1/(1 - \beta_3)$ et $\beta_2/(1 - \beta_3)$.

L'estimation réalisée sur la période 1962-90 donne des résultats aberrants pour les signes de l'élasticité revenu ($\hat{\beta}_1$) et de la vitesse d'ajustement ($1 - \hat{\beta}_3$) en raison de la forte collinéarité entre les variables $\ln(C_t)$ et $\ln(E_{t-1})$. La régression ridge fournit une estimation plus satisfaisante (cf tableau 1).

Tableau 1 : Modèle d'ajustement partiel

	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	R^2 corrigé
Moindres carrés ordinaires	-0.1218 (-2.80)	-0.178 (-5.08)	1.003 (29.12)	0.998
Régression ridge $k=0.03$	0.203 (4.77)	-0.173 (-2.71)	0.730 (21.48)	0.991

() : t de Student

A court terme, les élasticités revenu et prix sont de 0.20 et -0.17, alors que les élasticités de long terme s'établissent à 0.75 et -0.64. Ces estimations sont du même ordre de grandeur que celles réalisées par Huitric (1989) et celles du modèle Propage (1987). Néanmoins l'observation des résidus laisse apparaître un point aberrant en 1974 qui correspond au premier choc pétrolier. L'introduction d'une variable muette pour cette

année (associée à β_4) permet d'améliorer l'ajustement sur lequel le problème de multicollinéarité subsiste cependant.

A partir de ce modèle nous allons tester la stabilité de la relation entre la consommation de carburant, le prix et le revenu.

2 Analyse de la stabilité temporelle

L'estimation d'une équation économétrique suppose implicitement que les coefficients de régression sont invariants au cours du temps. Dans notre exemple, cela signifie que si nous retenons la régression sur la période 1962-90, nous faisons l'hypothèse que les élasticités de la demande de carburant par rapport à la consommation et par rapport au prix sont restées constantes durant les trois dernières décennies. A l'opposé nous pouvons considérer qu'il est plus pertinent d'effectuer une régression sur des sous-périodes successives. L'estimation du modèle sur l'échantillon complet revient alors à faire une régression avec des contraintes d'égalité entre les coefficients d'une même variable sur les différentes sous-périodes. Avec l'hypothèse de stabilité temporelle se pose donc le problème de la validité d'un estimateur sous contrainte qui est biaisé lorsque les restrictions que l'on a imposées sont erronées. Dans ce cas, les paramètres de la régression ne peuvent être ni interprétés, ni être utilisés à des fins de prévision (Johnston, 1984).

Différents tests de stabilité ont été développés pour déceler d'éventuels changements des coefficients de régression. Après un bref rappel de la structure des trois principaux tests (Chow, Brown, Durbin et Evans (BDE) et Farley et Hinich), nous nous intéresserons plus particulièrement aux problèmes liés à leur application et à leur interprétation. On trouvera en annexe la description formelle de ces tests.

2.1 Le test de Chow

Le test de Chow (1960), qui consiste à séparer l'échantillon en deux à partir d'une date de rupture fixée, correspond à un test de Fisher d'un modèle où les variables explicatives ont des coefficients distincts sur chaque sous-période (modèle sans contrainte) contre un modèle où les variables ont des effets identiques sur tout l'échantillon (modèle contraint). La pertinence du test repose sur la spécification des contraintes, c'est-à-dire le choix alternatif que représente la définition des deux sous-périodes. En effet, comme le précise Riddell (1978), les résultats du test sont biaisés s'il faut distinguer plus de deux sous-périodes. Dans ce cas un nouvel ensemble de contraintes doit être posé.

Nous avons testé deux dates de rupture : 1974 (premier choc pétrolier) et 1986 (contre-choc) sur le modèle d'ajustement partiel de consommation de carburant (tableau 2). Les résultats obtenus sur le modèle sans variable muette pour 1974 ($\beta_4 = 0$) mettent en évidence les limites du test de Chow lorsqu'il existe plusieurs ruptures po-

tentielles. En effet les tests de contraintes ne permettent pas de conclure à un changement en 1974 quand l'échantillon est séparé en deux (62-73 ; 74-90) mais confirment l'existence de deux dates de rupture lorsque l'on considère trois sous-périodes.

Tableau 2 : Test de Chow

Périodes testées	$\beta_4 = 0$	$\beta_4 \neq 0$
(62-73);(74-90)	1.533 (4,21)	0.488 (4,20)
(62-85);(86-90)	6.070* (4,21)	0.914 (4,20)
(62-73);(74-85); (86-90)	5.007* (8,17)	1.634 (8,16)

* : significatif avec un risque de 5% ; () : degrés de liberté.

L'introduction d'une variable muette en 1974 permet d'obtenir un ajustement stable d'après les différents tests de Chow. En effet l'annulation de l'écart important entre $\ln(E_t)$ et $\ln(E_{t-1})$ lors du premier choc pétrolier réduit les erreurs d'ajustement observées sur la régression initiale et stabilise l'estimation sur laquelle nous reviendrons dans la section suivante.

2.2 Le test de Brown, Durbin et Evans

Brown, Durbin et Evans (1975) ont proposé deux tests graphiques pour analyser la stabilité temporelle. Ces tests sont construits à partir de résidus ayant, contrairement aux résidus des moindres carrés, les mêmes propriétés que le terme d'erreur (lois normales, indépendantes, de moyenne nulle et de variances identiques). Ces résidus sont les erreurs de prévision réduites, à chaque date t possible, de l'estimation effectuée à partir de la régression sur les observations antérieures à t . On obtient ainsi une suite de résidus dits récurrents.

Les propriétés des résidus récurrents ont permis à BDE de définir des zones de confiance limitées par deux droites pour la suite W_r des sommes cumulées (test Cusum) des résidus récurrents d'une part et pour la suite s_r des sommes cumulées de leurs carrés (test Cusum-square) d'autre part. Ces droites sont telles que la probabilité que la suite W_r (s_r) sorte de la zone qu'elles délimitent corresponde à un risque de première espèce α fixé.

L'avantage des techniques proposées par BDE est qu'elles n'imposent aucune forme paramétrée particulière de changement structurel comme hypothèse opposée à la stabilité. Mais, de ce fait, les tests Cusum et Cusum-square sont très peu puissants. De plus leur application à un modèle autorégressif est discutable. C'est pourquoi, nous ne considérerons pas les tests de BDE comme des tests formels mais plutôt comme des outils graphiques d'analyse de la stabilité, ainsi que les auteurs eux-mêmes le prônent.

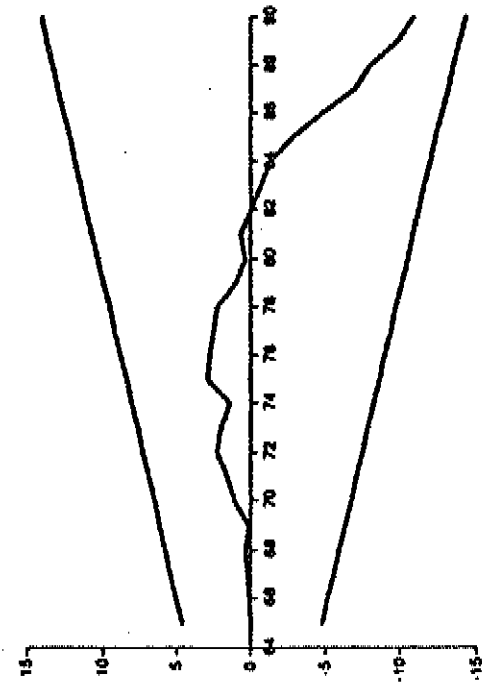
Les intervalles de confiance ponctuels que définissent les droites de BDE pour chaque élément de la suite W_t , sont assez larges (au minimum 99.3% pour un test à 5%, cf Fauveau, 1992). Aussi est-il peu fréquent de détecter une instabilité par le test Cusum. Cependant l'examen de la suite W_t , permet d'apprécier l'évolution de l'erreur de prévision (cf graphique 1) : la somme cumulée a tendance à croître jusqu'au début des années quatre-vingt à cause de résidus récurrents essentiellement positifs, puis diminue fortement, les résidus récurrents étant tous négatifs. Cela signifie que les prévisions effectuées à partir des premières observations ont tendance à sous-estimer la consommation de carburant puis la surestiment progressivement lorsque les dernières observations sont intégrées à la régression. Un changement de comportement apparaît donc au début des années quatre-vingt, période à laquelle la consommation de carburant se stabilise alors que la consommation des ménages continue de croître et que le prix réel n'augmente pas.

BDE suggèrent d'effectuer le calcul des résidus récurrents de deux façons : l'analyse 'forward' qui part d'un échantillon initial formé des premières observations puis poursuit le calcul en ajoutant les observations une à une dans le sens croissant du temps, et l'analyse 'backward' qui fonctionne en sens inverse en partant des dernières observations. Nous avons calculé les sommes cumulées des carrés des résidus récurrents par les deux méthodes, à partir des observations 1962 à 1966 puis à partir de l'échantillon 1986-90. Sur les graphiques 2 et 3 sont reportées ces sommes cumulées avec les droites définies par BDE pour leur test Cusum-square à un risque de 5%.

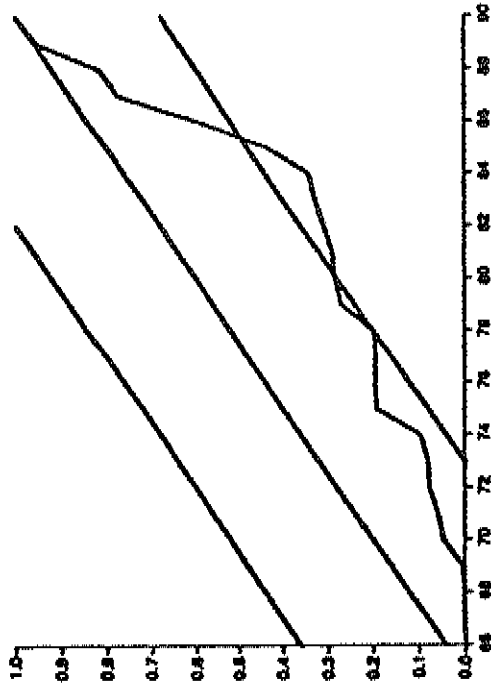
D'après ces graphiques, un changement structurel est intervenu au cours de la période 1962-90. Il est d'usage de considérer la date à laquelle la suite des sommes cumulées sort de la zone de confiance comme une date de rupture approximative que l'induction économique doit pouvoir préciser. Cependant les deux analyses ne conduisent pas aux mêmes conclusions : dans le sens 'forward' la suite Cusum-square sort de la zone de confiance autour de 1978, alors que l'autre graphique sort en 1974. Notons par ailleurs qu'avec d'autres valeurs de α les dates auxquelles la suite s_t sort de la zone de confiance peuvent différer, dans notre exemple pour $\alpha = 1\%$, la rupture apparaît autour de 1983 pour l'analyse forward. Une étude plus attentive nous indique, sur le graphique 2, que les erreurs de prévision sont en valeurs absolues assez faibles jusqu'en 1985 pour augmenter ensuite. Sur le graphique 3, l'erreur de 'prévision' en 1974 est très grande et cette observation apparaît manifestement comme un point aberrant et non comme une date de rupture.

Ainsi les dates correspondant aux chocs et contre-choc pétroliers ressortent comme des points particuliers dans l'analyse, mais l'existence d'un changement structurel à ces dates n'apparaît pas clairement. L'impact de l'observation de 1974, qui est un effet prix, apparaît comme prépondérant sur l'analyse backward alors que sur l'analyse forward c'est l'effet de saturation de la demande liée au parc qui ressort. Ceci révèle donc un changement dans l'évolution de la consommation de carburant relativement à ces deux facteurs.

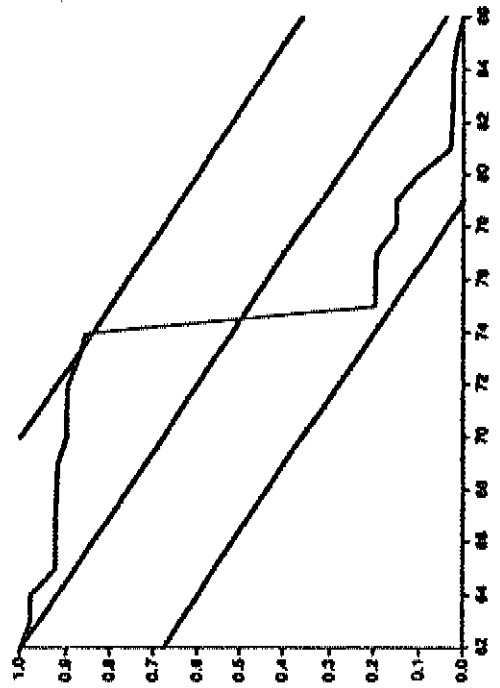
Graphique 1 : test Cusum



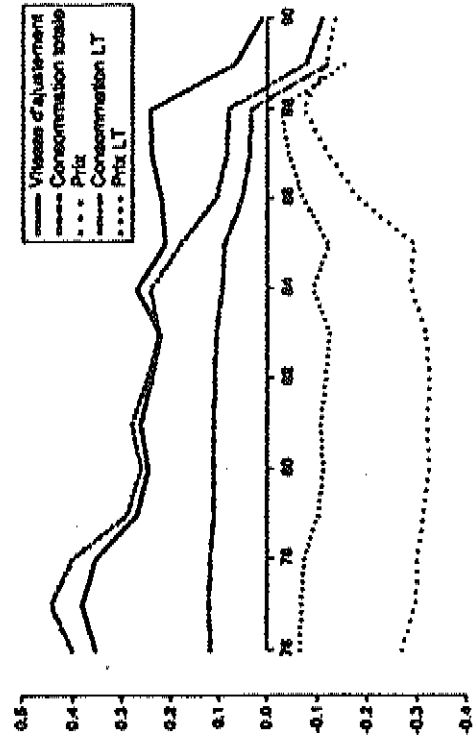
Graphique 2 : Cusum-square forward



Graphique 3 : Cusum-square backward



Graphique 4 : Coefficients de 62-76 à 76-90



Nous avons effectué la même analyse en ajoutant une variable muette en 1974. Pour ce faire nous avons appliqué la procédure décrite par BDE (cf annexe) concernant les modèles avec une variable constante sur le début de la période et donc parfaitement collinéaire au terme constant. Mais les graphiques n'indiquent aucune instabilité des coefficients et l'évolution de s_r ne présente pas de caractéristiques particulières.

Pour affiner l'analyse de la stabilité, BDE suggèrent d'étudier les graphiques de l'évolution des coefficients estimés par des 'régressions mobiles', c'est-à-dire des régressions effectuées sur un segment de longueur m que l'on déplace le long de la période d'étude. Le graphique 4 reproduit l'évolution des coefficients normés pour $m = 15$, l'évolution des élasticités de long terme est également représentée.

Nous constatons que le coefficient de la variable de revenu décroît progressivement et devient même négatif pour les deux dernières régressions. Par ailleurs, 1985 et 1988 apparaissent comme des dates rupture dans l'évolution des coefficients : la période qui suit 1985 est marquée par une chute du prix réel du carburant et nous conduit à nous interroger sur la symétrie de l'effet prix suivant le sens de son évolution. En outre la dieselisation du parc automobile s'est accélérée à partir de cette date. Les années 1989 et 1990 correspondent à une baisse de la consommation de carburant que ne permet pas d'expliquer l'évolution des facteurs explicatifs retenus.

2.3 Le test de Farley et Hinich

A la différence des tests de Chow, le test proposé par Farley et Hinich n'implique pas de partition de l'échantillon, on ne doit pas spécifier de dates de rupture éventuelles. Farley et Hinich (1975) approximent une évolution discrète des coefficients potentiellement variables par une fonction affine du temps $\beta_{jt} = \beta_j + \delta_j t$ et examinent leur stabilité en testant simultanément la nullité de tous les coefficients δ_j par un test de Fisher. Ce test permet également de détecter des changements graduels des coefficients.

Nous avons appliqué ce test à notre modèle d'ajustement partiel en testant la stabilité de toutes les combinaisons possibles de coefficients (cf tableau 3).

Comme dans les tests précédents, l'observation de 1974 influence fortement les résultats et le modèle sans variable muette laisse supposer une instabilité globale des coefficients. En supprimant l'effet de cette observation, nous remarquons que les coefficients β_1 et β_3 , pris simultanément, présentent une instabilité. L'effet de long terme de la consommation totale varie donc de façon progressive. Ceci nous renvoie à la loi Engel (Pasinetti, 1988) où la consommation d'un bien connaît une croissance rapide suivie d'un ralentissement dû à un phénomène de saturation.

Tableau 3 : Test de Farley et Hinich

Coefficients variant	$\beta_4 = 0$	$\beta_4 \neq 0$
$\ln(E_{t-1}), \ln(C_t), \ln(P_t)$	11.70* (3,22)	2.838 (3,21)
$\ln(E_{t-1}), \ln(C_t)$	14.65* (2,23)	4.168* (2,22)
$\ln(E_{t-1}), \ln(P_t)$	1.904 (2,23)	0.050 (2,22)
$\ln(C_t), \ln(P_t)$	2.662 (2,23)	0.107 (2,22)
$\ln(E_{t-1})$	0.660 (1,24)	0.013 (1,23)
$\ln(C_t)$	1.211 (1,24)	0.003 (1,23)
$\ln(P_t)$	0.480 (1,24)	0.087 (1,23)

* : significatif avec un risque de 5% ; () : degrés de liberté

3 Régression et changements structurels

Les tests de stabilité ayant mis en évidence les changements structurels survenus dans le comportement des consommation de carburant, il convient désormais d'améliorer la modélisation initiale. Il s'agit d'une part de prendre en compte la croissance de la demande d'essence, plus rapide que la consommation des ménages durant les années soixante, le mouvement s'inversant à partir du premier choc pétrolier. Il faut, d'autre part, expliquer la baisse de la consommation de carburant observée en fin de période alors que son prix diminue et que le pouvoir d'achat continue de croître.

Auparavant, nous devons revenir sur le modèle d'ajustement partiel avec variable muette en 1974 (tableau 4) dont l'estimation n'apparaît instable que par le test de Farley et Hinich.

Tableau 4 : Modèle d'ajustement partiel avec variable muette

	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	R^2 corrigé
Moindres carrés ordinaires	-0.185 (-6.84)	-0.154 (-7.37)	1.056 (48.69)	0.999
Régression ridge $k=0.03$	0.195 (4.61)	-0.167 (-2.61)	0.737 (21.81)	0.991

() : t de Student

L'estimation ridge pour $k = 0.01$ donne à la fois des coefficients significatifs et cohérents et une bonne qualité d'ajustement. Cependant le coefficient de la variable endogène retardée apparaît élevé : il implique une vitesse d'ajustement trop faible (0.263) au regard de la situation française. Par ailleurs il donne à la variable $\ln(C_{t-1})$ la plus

large part de la variance expliquée du modèle, ce qui enlève toute pertinence à celui-ci. En effet, les variables d'activité et de prix n'ont plus qu'une influence mineure sur la demande d'essence qui se trouve presque exclusivement déterminée par son niveau passé. L'effet de la variable endogène retardée masque donc l'influence réelle d'autres facteurs explicatifs.

3.1 Estimation par sous-périodes

Pour prendre en compte les changements structurels que nous venons d'évoquer, une solution consiste à réaliser des régressions sur chacune des sous-périodes 1962-73, 1974-85 et 1986-90. Les estimations (cf tableau 5) posent différents problèmes liés au faible nombre de degrés de liberté et à une forte multicollinéarité entre les variables $\ln(C_t)$ et $\ln(E_{t-1})$ sur la période 1962-73.

Tableau 5 : Modèle d'ajustement partiel sur trois sous-périodes

période	deg.de lib.	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	R^2 corrigé
1962-1973 MCO	8	0.157 (0.86)	-0.249 (-2.35)	0.817 (5.78)	0.999
1962-1973 ridge (k=0.02)	8	0.646 (14.1)	-0.459 (-4.09)	0.449 (16.4)	0.993
1974-1985 MCO	8	0.418 (2.30)	-0.511 (-3.75)	0.563 (2.01)	0.948
1986-1990 MCO	2	-0.184 (-2.69)	-0.522 (-3.55)	0.361 (1.72)	0.842

() : t de Student

S'il a été possible de corriger la multicollinéarité et d'obtenir une élasticité revenu cohérente sur le premier sous-échantillon, en revanche l'estimation de β_1 , avec un signe négatif, n'a pas pu être améliorée sur la période 1986-1990 puisque la demande de carburant et la consommation ont des évolutions opposées depuis le milieu des années quatre-vingt.

Ces trois régressions permettent uniquement de confirmer la diminution de l'effet revenu entre les deux premières sous-périodes, l'élasticité de long terme passant de 1.17 à 0.95.

3.2 Modèle à coefficients variables

D'après le test de Farley et Hinich, les coefficients des variables $\ln(C_t)$ et $\ln(E_{t-1})$ évoluent simultanément en fonction du temps. La forme exacte de la variation de ces coefficients nous est inconnue, mais nous pouvons l'approcher par la fonction retenue par Farley et Hinich pour leur test en posant

$$\beta_{jt} = \beta_j + \delta_j t, \quad j = 1, 3.$$

Le modèle devient alors

$$\ln(E_t) = \beta_0 + \beta_1 \ln(C_t) + \delta_1 t \ln(C_t) + \beta_2 \ln(P_t) + \beta_3 \ln(E_{t-1}) + \delta_3 t \ln(E_{t-1}) + \varepsilon_t. \quad (2)$$

L'estimation de ce modèle soulève un ensemble de difficultés. A long terme, l'estimation de la demande d'essence tend vers l'infini. Lorsque t croît, l'élasticité revenu devient négative à partir de 1984 et le coefficient $\hat{\beta}_{3t}$ devient supérieur à 1, soit une vitesse d'ajustement négative.

Pour pallier le premier problème, nous avons modélisé les coefficients comme une fonction hyperbolique du temps :

$$\beta_{jt} = \beta_j + \delta_j \frac{1}{t + m}, \quad j = 1, 3.$$

Nous avons choisi la valeur de m qui minimise la somme des carrés des résidus, soit $m \simeq 450$. En raison d'une très forte collinéarité, les estimations des coefficients β_{1t} et β_{3t} ne sont pas acceptables, une régression ridge avec $k = 0.01$ fournit des résultats satisfaisants (cf tableau 6).

Tableau 6 : Modèle de Farley et Hinich

	β_1	δ_1	β_2	β_3	δ_3	R^2 corrigé
$\beta_j + \delta_j t$	0.830	-0.038	-0.309	0.357	0.029	0.999
MCO	(3.26)	(-4.89)	(-7.09)	(2.61)	(4.79)	
$\beta_j + \delta_j / (t + 450)$	-17.95	8454.9	-0.312	14.55	-6395.4	0.999
MCO	(4.82)	(4.84)	(7.07)	(5.09)	(4.77)	
$\beta_j + \delta_j / (t + 450)$	0.242	196.26	-0.116	0.287	218.24	0.997
rég. ridge ($k = 0.025$)	(12.18)	(5.89)	(3.01)	(13.94)	(16.25)	

() : t de Student

Cependant, l'observation de 1974 reste un point aberrant pour ce modèle. De plus, l'estimation de l'élasticité revenu de long terme ne décroît que très lentement vers sa valeur limite de 0.339 et elle reste supérieure à 2 au-delà de l'an 2000. Pour ces raisons, ce modèle ne peut être retenu.

3.3 Introduction des effets de parc

Comme nous l'avons indiqué dans l'introduction, le ralentissement de la croissance de la consommation de carburant depuis le milieu des années soixante-dix est étroitement lié avec la progression du taux d'équipement en automobiles. Par ailleurs la chute de la demande observée durant les cinq dernières années s'explique par la croissance rapide du taux de dieselisation du parc automobile durant cette période. Les deux effets de parc ne peuvent être confondus dans la mesure où la substitution partielle opérée entre véhicules essence et véhicules diesel sur les années récentes ne concerne pas l'ensemble du parc mais uniquement la fraction de celui-ci destiné à couvrir les plus grandes distances.

Il serait possible de modéliser les effets de parc par une fonction logistique de la consommation des ménages (pour expliquer l'évolution du parc essence) et par des retards échelonnés sur une variable prix relatif du super par rapport au gasoil (pour expliquer l'évolution du taux de dieselisation). Cependant, nous avons vu les problèmes liés à l'estimation de coefficients variables pour la consommation. En outre, il serait nécessaire de retenir un grand nombre de retards pour estimer un comportement d'investissement, ce qui réduirait sensiblement le nombre de degrés de liberté du modèle. Nous avons donc été amené à introduire explicitement dans notre modélisation le nombre de véhicules à essence et la part de celui-ci dans le parc automobile total (modèle (3))

$$\ln(E_t) = \beta_0 + \beta_1 \ln(C_t) + \beta_2 \ln(P_t) + \beta_3 \ln(A_t) + \beta_4 \frac{A_t}{V_t} + \varepsilon_t \quad (3)$$

avec

A_t : le parc de véhicules à essence à la date t ,

V_t : le parc total de véhicules à la date t .

Tableau 7 : Modèle avec effet de parc

	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	R^2 corrigé
MCO	1.188 (5.69)	-0.206 (-5.21)	0.292 (1.95)	3.138 (8.55)	0.997
Régression ridge k=0.01	0.653 (16.76)	-0.193 (-4.34)	0.656 (21.59)	2.124 (14.13)	0.996

() : t de Student

L'estimation ridge (cf tableau 7) conserve une élasticité prix de -0.2, mais surtout permet de dissocier l'influence spécifique du revenu et de l'évolution du parc automobile. Les effets semblables (0.65) obtenus pour $\ln(C_t)$ et $\ln(A_t)$ indiquent que les deux variables déterminant la demande de transport – pouvoir d'achat et taux d'équipement en automobiles – ont une influence équivalente et inférieure à leur évolution. Enfin, le coefficient de A_t/V_t , voisin de 2, rappelle que le gain d'un point de la part des véhicules diesel dans le parc automobile réduit de manière plus que proportionnelle la consommation d'essence puisque ces automobiles sont destinées aux distances les plus grandes.

4 Conclusion

La modélisation de la demande de carburant nous a permis de distinguer différentes formes d'instabilité temporelle (rupture, changement progressif, phénomène exceptionnel) auxquelles chacun des tests apparaissait plus ou moins adapté. Le test de Chow détecte des changements de tendance brutaux, à des dates déterminées, alors que le test de Farley et Hinich fait apparaître des évolutions graduelles des coefficients. Les graphiques proposés par BDE sont des compléments utiles à l'étude de ces différentes formes d'instabilité, mais leur interprétation est difficile à formaliser.

Notons que l'un des tests de BDE a fait ressortir un point aberrant qui constitue un cas particulier d'instabilité. Nous devons souligner le rôle de l'induction économique qui donne une information a priori sur la nature des changements et suivant la forme de ceux-ci, l'un ou l'autre de ces tests est plus approprié.

L'application de ces tests est délicate car, pour chacun d'eux, plusieurs formes sont possibles : détermination des dates de rupture pour le test de Chow, mode de calcul pour le test de BDE et choix des coefficients à tester pour celui de Farley et Hinich. D'autres éléments issus de la régression peuvent être utilisés pour déceler d'éventuels changements structurels. En particulier, une sous-estimation puis une surestimation d'un phénomène suivant une évolution coudée se traduit fréquemment par une forte autocorrélation. Dans ce cadre, le module de traitement de la stabilité du système expert que nous développons examine la base de faits des dates de rupture a priori ainsi que des changements structurels potentiels dans le domaine énergétique. Au regard du modèle étudié (variables retenues, période d'estimation), il applique et interprète les tests que nous avons présentés.

Notre étude nous permet également de constater que le modèle d'ajustement partiel atténue les changements structurels en raison de sa forme autorégressive. Si l'ajustement est amélioré par l'introduction d'une variable muette éliminant les effets des variations brutales, l'interprétation du modèle s'en voit réduite. Aussi convient-il d'introduire des effets de structure de telle sorte que le modèle comprenne, outre les variables de revenu et de prix, une variable de stock de capital. C'est pourquoi avant d'envisager une segmentation de l'échantillon (qui réduit considérablement le nombre de degrés de liberté) ou un modèle à coefficients variables, notre système expert examine les variables sélectionnées et propose une modification de la spécification du modèle en ce sens si l'effet de structure fait défaut.

Finalement, cet ajustement économétrique rappelle que l'analyse et le traitement de la stabilité temporelle reposent en premier lieu sur les hypothèses économiques explicites ou sous-jacentes à la modélisation. Leur examen guide le choix des tests statistiques et les procédures d'amélioration de la formalisation.

Annexe

Tests de stabilité temporelle

Le modèle linéaire peut être formulé de la façon suivante :

$$y_t = \sum_{j=1}^p \beta_j x_{jt} + \varepsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, n. \quad (4)$$

Les coefficients β_j ne dépendent pas de la date d'observation. On suppose donc implicitement que les coefficients du modèle sont invariants sur toute la période d'étude et sur la période d'éventuelles prévisions. Auquel cas, à conditions que les hypothèses classiques sur les variables et sur le terme d'erreur soient vérifiées, les moindres carrés fournissent des estimateurs ayant de bonnes propriétés. En revanche, si certains coefficients varient, l'estimation du modèle (4) revient à imposer des contraintes erronées sur les coefficients et conduit à des estimations biaisées. Les paramètres ainsi estimés n'ont pas de sens et ne peuvent pas servir de base pour des prévisions. Il est donc essentiel de vérifier l'hypothèse de stabilité des coefficients, particulièrement si le contexte économique peut laisser supposer une modification des comportements.

Nous allons présenter différents tests de stabilité des coefficients. Les hypothèses alternatives de ces tests sont d'une part la stabilité telle que la représente le modèle (4) et d'autre part une variation des coefficients spécifiée de façon plus ou moins précise selon les tests.

A Le test de Chow

Chow (1960) considère le problème du test de la stabilité des coefficients comme un cas particulier du test de contraintes linéaires sur les coefficients¹.

L'hypothèse $R\beta = r$, où R est une matrice $q \times p$ de rang q et r un vecteur à q composantes, peut être testée au moyen de la statistique F suivante :

$$F = \frac{(R\hat{\beta} - r)' [R(X'X)^{-1}R']^{-1} (R\hat{\beta} - r) / q}{u'u / (n - p)} \quad (5)$$

qui peut également s'écrire

$$F = \frac{(SCR_c - SCR) / q}{SCR / (n - p)} \quad (6)$$

où SCR est la somme des carrés des résidus de la régression sur le modèle (4) et SCR_c la somme des carrés des résidus de la régression sous les contraintes $R\beta = r$ sur le même

¹Une autre présentation de ce test peut être trouvée dans FISHER F.M., (1970), "Tests of equality between sets of coefficients in two linear regressions : an expository note," *Econometrica*, vol.38, n°2, pp 361-366.

modèle. Sous les hypothèses classiques du modèle linéaire, si $R\beta = r$, F suit une loi de Fisher à q et $n - p$ degrés de liberté. Chow (1960) décrit les diverses applications possibles de l'expression (6) pour les tests de stabilité.

Supposons que l'on ait une décomposition des observations en k sous-populations, en k sous-périodes pour les séries temporelles². La question de la stabilité des coefficients se traduit ainsi : le vecteur des coefficients est-il identique sur toutes les sous-périodes ou faut-il le différencier selon les sous-périodes ?

A.1 Le test de Chow classique

La période i ($i = 1, \dots, k$) est représentée de la façon suivante :

- elle comprend n_i observations
- y_i est le vecteur des n_i observations de y sur la période,
- X_i est la matrice $n_i \times p$ des observations des variables explicatives sur la période,
- le modèle s'écrit

$$y_i = X_i\beta_i + \varepsilon_i \quad (7)$$

où β_i est le vecteur des p coefficients et ε_i le vecteur des n_i erreurs.

En empilant les k relations (7), on obtient le modèle global :

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & X_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & X_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_k \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Les coefficients sont stables si $\beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k$. Nous testons donc les $(k-1)p$ contraintes suivantes :

$$\begin{bmatrix} I_k & -I_k & 0 & \cdots & 0 \\ I_k & 0 & -I_k & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ I_k & 0 & 0 & \cdots & -I_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Nous supposons que le modèle (8) vérifie les hypothèses classiques du modèle linéaire. SCR désigne la somme des carrés des résidus de la régression calculée sur le modèle (8) et SCR_c la somme des carrés des résidus de la régression calculée sur le

²Nous présentons ici le test de Chow sous sa forme généralisée, c'est-à-dire sur un nombre quelconque de régressions, alors que les développements de Chow (1960) s'appuient sur le cas de deux sous-populations.

même modèle mais sous les contraintes (9). On a alors, à condition que les contraintes (9) soient vérifiées,

$$F = \frac{(SCR_c - SCR) / (k-1)p}{SCR / (n - kp)} \sim F((k-1)p, n - kp). \quad (10)$$

Le calcul de F sous cette forme entraîne l'exécution de deux régressions avec n observations et kp variables. Toutefois on montre que

$$SCR = \sum_{i=1}^k SCR_i$$

SCR_i étant la somme des carrés des résidus de la régression effectuée sur la relation (7). La statistique F (5) s'écrit donc :

$$F = \frac{(SCR_c - (SCR_1 + SCR_2 + \dots + SCR_k)) / (k-1)p}{(SCR_1 + SCR_2 + \dots + SCR_k) / (n - kp)}. \quad (11)$$

Le test de Chow est effectué à partir de cette dernière expression :

- Si $F > F_{\alpha}^{(kp-p, n-kp)}$ et que toutes les hypothèses énoncées en (4) sont vérifiées alors on rejette l'hypothèse $\beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k$ avec un risque de α .
- Si $F < F_{\alpha}^{(kp-p, n-kp)}$ et que toutes les hypothèses énoncées en (4) sont vérifiées alors on ne peut pas rejeter l'hypothèse $\beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k$ et les coefficients sont jugés stables.

En suivant une démarche similaire, c'est-à-dire en posant des contraintes adéquates sur le modèle (8), nous pouvons également tester la stabilité d'un sous-ensemble de coefficients.

A.2 Test prédictif de Chow

Le test exposé ci-dessus n'est applicable qu'à condition que $n_j \geq p$. Dans le cas contraire la matrice $X_j'X_j$ n'est pas inversible (et donc $X'X$ non plus) et on ne peut alors pas calculer SCR_j , ni SCR , ni F . Chow (1960) propose néanmoins une statistique pour tester la stabilité d'une relation dans le cas où $n_j < p$.

Il présente cette statistique également comme une application de la théorie des tests d'hypothèses linéaires. Il considère simplement que si $n_j < p$, alors $SCR_j = 0$. En effet, $\hat{\beta}_j$ n'est dans ce cas pas défini de manière unique mais il existe une infinité de vecteurs qui annule la somme des carrés des résidus. La régression sur le modèle non contraint est alors effectuée en supprimant les observations de la période j . Si $n_j < p$ et $\forall i \neq j, n_i \geq p$, la statistique F devient

$$F = \frac{SCR_c - \sum_{i \neq j} SCR_i}{\sum_{i \neq j} SCR_i} \frac{(n - n_j) - (k-1)p}{n_j - (k-2)p} \quad (12)$$

Si la relation est stable, F suit une loi de Fisher à $n_j - (k-2)p$ et $(n - n_j) - (k-1)p$ degrés de liberté. Ce test doit cependant être interprété avec prudence (Fauveau, 1992).

A.3 Test de Chow pas à pas

L'application des tests décrits ci-dessus suppose un découpage de l'échantillon en k sous-périodes et donc que l'on ait une idée a priori des dates de rupture envisageables. Ninomiya (1977) suggère une utilisation systématique du test de Chow, à toutes les dates possibles, pour déterminer la date et le nombre d'éventuels changements structurels.

Le test de Ninomiya ou 'test de Chow pas à pas' comprend les étapes suivantes (les hypothèses nécessaires sont les mêmes que pour le test de Chow) :

1. Calculer pour $t = p$ à $n - p$, $F(t)$, correspondant à la statistique F de la formule (11) calculée pour les deux sous-périodes $1, \dots, t$ et $t + 1, \dots, n$.
2. Soit $F(t^*) = \max F(t)$. Si $F(t^*)$ n'est pas significatif, il n'y a pas de rupture, le test est terminé.
Sinon, il y a une rupture en t^* et on passe à l'étape suivante.
3. Séparer l'échantillon en t^* et répéter les étapes 1 et 2 sur les deux sous-échantillons.

Grâce à cette procédure on obtient des dates de changements de structure du modèle. Toutefois nous devons signaler que le niveau de signification de ce test n'est correct que dans le cas où l'hypothèse a priori se fonde sur une seule date de rupture (cf Riddell, 1978).

B Tests de Brown, Durbin et Evans

De même que le test de Chow pas à pas, les tests proposés par Brown, Durbin et Evans (1975) permettent de détecter des changements structurels sans poser leur date ni leur nombre a priori. Brown, Durbin et Evans (BDE) partent du principe que la façon la plus naturelle de tester la stabilité des coefficients consiste à regarder la séquence des résidus. Selon eux, les techniques les plus efficaces pour détecter des changements de petite ampleur ou graduels sont fondées sur l'examen des sommes cumulées des résidus ou de leurs carrés.

Le modèle considéré par les auteurs est :

$$y_t = x_t' \beta_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, n$$

où β_t est le vecteur des p coefficients à la date t et x_t' représente la ligne t de la matrice X . Les variables explicatives sont non-stochastiques et les modèles autorégressifs sont exclus. Les termes d'erreur ε_t sont indépendants, de loi normale avec des moyennes nulles et des variances σ_t^2 . L'hypothèse de stabilité temporelle s'écrit

$$\begin{cases} \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_n \\ \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_n^2 \end{cases} \quad (13)$$

On s'intéresse cependant ici uniquement à la stabilité de β , les problèmes de variation de σ^2 étant supposés traités par les tests d'hétéroscédasticité.

B.1 Les résidus récurrents

Les résidus récurrents font partie d'une classe de résidus qui présentent l'avantage de posséder les mêmes propriétés que le terme d'erreur. On considère le modèle linéaire classique :

$$y = X\beta + \varepsilon \text{ avec } \varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2 I_n) \quad (14)$$

Notons

$$X_r = \begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ \vdots \\ x'_r \end{bmatrix}$$

la matrice $r \times p$ des r premières lignes de X , avec x'_j le vecteur ligne des p variables explicatives pour la $j^{\text{ème}}$ observation. De même Y_r est le vecteur composé des r premiers éléments de y .

Soit $\hat{\beta}_r$ l'estimateur de β calculé sur les r premières observations, en supposant que $X'_r X_r$ est non singulière :

$$\hat{\beta}_r = (X'_r X_r)^{-1} X'_r Y_r.$$

A partir de $\hat{\beta}_{r-1}$ nous pouvons calculer une prévision, $x'_r \hat{\beta}_{r-1}$, pour y_r , l'observation r de y . L'erreur de prévision s'écrit

$$y_r - x'_r \hat{\beta}_{r-1},$$

et la variance de cette erreur est donnée par

$$\sigma^2 \left(1 + x'_r (X'_{r-1} X_{r-1})^{-1} x_r \right).$$

Les résidus récurrents sont définis de la façon suivante :

$$w_r = \frac{y_r - x'_r \hat{\beta}_{r-1}}{\sqrt{1 + x'_r (X'_{r-1} X_{r-1})^{-1} x_r}}, \quad r = p + 1, \dots, n. \quad (15)$$

Il est clair que sous les hypothèses (14), pour tout r , w_r suit une loi $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$ et BDE démontrent qu'ils ne sont pas corrélés (on peut aussi trouver la démonstration dans Johnston (1984), p.384-392). Ainsi, si $\varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2 I_n)$, le vecteur des résidus récurrents suit une loi $\mathcal{N}(0, \sigma^2 I_{n-p})$.

Les formules de récurrence suivantes (démontrées dans BDE (1975) et Johnston (1984)) permettent de simplifier les calculs et évitent l'inversion d'une matrice pour le calcul de chaque w_r :

$$(X'_r X_r)^{-1} = (X'_{r-1} X_{r-1})^{-1} - \frac{(X'_{r-1} X_{r-1})^{-1} x_r x'_r (X'_{r-1} X_{r-1})^{-1}}{1 + x'_r (X'_{r-1} X_{r-1})^{-1} x_r} \quad (16)$$

$$\hat{\beta}_r = \hat{\beta}_{r-1} + (X'_r X_r)^{-1} x_r (y_r - x'_r \hat{\beta}_{r-1}). \quad (17)$$

De plus, il en découle :

$$SCR_r = SCR_{r-1} + w_r^2. \quad (18)$$

où

$$SCR_r = (Y_r - X_r \hat{\beta}_r)' (Y_r - X_r \hat{\beta}_r).$$

Ces résultats sur les résidus récurrents ont de nombreuses applications : ils permettent de calculer la statistique F du test prédictif de Chow, ils peuvent aussi être utilisés pour tester l'autocorrélation et l'hétéroscédasticité ainsi que certaines formes d'erreur de spécification (cf Johnston, 1984). Le test de stabilité temporelle de BDE est l'une des utilisations des résidus récurrents les plus importantes.

B.2 Le test Cusum

Le premier test de stabilité suggéré par BDE s'appuie sur le graphique des sommes cumulées (*Cusum*) réduites des résidus récurrents, W_r , en fonction de r :

$$W_r = \frac{1}{\hat{\sigma}} \sum_{j=p+1}^r w_j, \text{ pour } r = p+1, \dots, n$$

avec $\hat{\sigma}^2 = SCR_n/(n-p)$.

Si β_t est constant jusqu'à $t = t_0$ et diffère par la suite, alors les w_r auront une espérance nulle jusqu'à $r = t_0$ mais, en général, pour $r > t_0$ leur espérance ne sera pas nulle. De là est issu le principe du test : si W_t s'écarte de façon significative de la droite $W_r = 0$ alors il y a un changement de structure en t . Il reste à évaluer la significativité de cet écart.

D'après les propriétés de w_r , sous l'hypothèse de stabilité (13), W_{p+1}, \dots, W_n peut être assimilée à une suite de variables de loi normale. BDE considèrent que W_r peut être approché par un processus Gaussien continu $\{Z_t, p \leq t \leq n\}$ avec

$$E(Z_t) = 0, Var(Z_t) = t - p, Cov(Z_t, Z_s) = \min(t, s) - p.$$

Leur démarche a consisté à rechercher deux droites symétriques par rapport à la droite $W_r = 0$, telles que la probabilité qu'il existe $t \in [p, n]$, avec Z_t coupant l'une ou l'autre de ces droites soit α . Ces droites ont été choisies dans la famille des droites tangentes en $t = p + (n-p)/2$ aux courbes $\pm \lambda \sqrt{t-p}$, où λ est une constante³. Elles sont définies par les points $\{p, \pm a \sqrt{n-p}\}, \{n, \pm 3a \sqrt{n-p}\}$, où a est un paramètre dépendant du seuil de significativité désiré α . Les équations de ces droites sont

$$W_t = \pm a \sqrt{n-p} \pm \frac{2a(t-p)}{\sqrt{n-p}}.$$

³Les courbes $\pm \lambda \sqrt{t-p}$ sont telles que la probabilité que Z_t soit en dehors de ces courbes soit la même pour tout t .

a est déterminé grâce à la théorie du mouvement Brownien (auquel Z_t s'apparente) qui donne la probabilité que Z_t coupe une droite $y = d + c(t - p)$. Nous avons notamment

$$\begin{aligned} \alpha &= 0.01 & a &= 1.143 \\ \alpha &= 0.05 & a &= 0.948 \\ \alpha &= 0.10 & a &= 0.850. \end{aligned}$$

B.3 Le test Cusum-square

Le second test proposé de BDE est fondé sur les sommes des carrés des résidus (*Cusum-square*). Soit

$$s_r = \frac{\sum_{j=p+1}^r w_j^2}{\sum_{j=p+1}^n w_j^2} = \frac{SCR_r}{SCR_n}, \quad r = p + 1, \dots, n.$$

On peut montrer que sous l'hypothèse de stabilité (13) s_r a une distribution bêta d'espérance $(r - p)/(n - p)$.

Pour étudier la significativité de l'écart de s_r à son espérance BDE se réfèrent à un couple de droites parallèles et symétriques par rapport à la droite de l'espérance et d'équation

$$s_t = \frac{t - p}{n - p} \pm c_0.$$

c_0 est déterminé de telle sorte que la probabilité que l'un des s_r se situe à l'extérieur de ces droites soit α . D'un point de vue pratique on peut déterminer c_0 pour un risque α à partir de la table donnée par Durbin (1969, p.4)⁴ :

- si $(n - p)$ est pair c_0 est la valeur trouvée dans la table pour $n = \frac{1}{2}(n - p) - 1$ et $\frac{1}{2}\alpha$,
- si $(n - p)$ est impair c_0 est la valeur calculée en interpolant linéairement entre les valeurs de la table pour $n = \frac{1}{2}(n - p) - \frac{3}{2}$ et $n = \frac{1}{2}(n - p) - \frac{1}{2}$ en $\frac{1}{2}\alpha$.

B.4 Cas où $X'_r X_r$ est singulière

Une des difficultés du calcul des résidus récurrents, soulevée par BDE (1975, p.152-153), se situe dans la condition " $X'_r X_r$ est une matrice non singulière". En effet, il arrive fréquemment qu'une variable soit constante sur les r_1 premières observations ($r_1 > p$), notamment lorsque le modèle comporte des variables muettes. Dans ce cas, si le modèle comprend un terme constant, les matrices $X'_p X_p, X'_{p+1} X_{p+1}, \dots, X'_{r_1} X_{r_1}$ ne sont à l'évidence pas inversibles et les résidus récurrents ne peuvent pas être calculés par une application directe des formules précédentes. Cependant Brown, Durbin et Evans proposent une méthode pour obtenir ces résidus.

⁴Les valeurs trouvées dans la table de Durbin représentent une approximation du seuil de significativité du maximum de l'écart de $s_r, r = p + 1, \dots, n$ à son espérance.

La solution consiste à commencer le calcul des premiers résidus récurrents en omettant la variable qui est constante sur les r_1 premières observations — nous supposons, sans perte de généralité, qu'il s'agit de x_p et que le terme constant est x_1 . Le modèle ne contient plus que $p - 1$ variables explicatives et l'on déduit des estimations $\hat{\beta}_1^0, \dots, \hat{\beta}_{r_1-1}^0$ du vecteur β^0 des $p - 1$ coefficients les résidus récurrents $w_p^0, \dots, w_{r_1}^0$. Le coefficient du terme constant est alors une estimation de $\beta_1 + \beta_p d$ où d est la valeur de x_p sur le début de la période. Il faut ensuite calculer les résidus récurrents w_{r_1+2}, \dots, w_n à partir du modèle incluant toutes les variables, les matrices $X'_{r_1+1} X_{r_1+1}, \dots, X'_n X_n$ étant inversibles. Si on définit, pour $r = p + 1, \dots, r_1 + 1$, w_r par w_{r-1}^0 , on obtient une suite de $n - p$ valeurs w_{p+1}, \dots, w_n dont on peut montrer qu'elles sont indépendantes et de loi $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$.

B.5 Des jalons plutôt que des tests formels

Les graphiques de l'évolution des statistiques W_r et s_r en fonction du temps sur lesquels on a porté les droites décrites ci-dessus permettent d'étudier la stabilité temporelle d'une relation. Cependant BDE sont assez peu explicites sur la manière d'interpréter ces graphiques pour déterminer le nombre et les dates des ruptures éventuelles.

D'après leur article, leur objectif était en réalité de fournir un ensemble de techniques essentiellement graphiques pour analyser la stabilité des paramètres d'une relation et non des tests formels. Les méthodes de sommes cumulées, Cusum et Cusum-square ne sont que deux éléments de cet ensemble qui comprend

- les sommes cumulées des résidus récurrents,
- les sommes cumulées des carrés des résidus récurrents,
- les graphiques de l'évolution de $\hat{\sigma}_r$ et des éléments de $\hat{\beta}_r$,
- les mêmes éléments mais pour des résidus récurrents calculés dans l'ordre inverse du temps,
- les graphiques des éléments des coefficients et des variances estimés sur des 'regressions mobiles', c'est-à-dire des régressions effectuées sur un segment de longueur m que l'on déplace le long de la période d'étude,
- le graphique des ratios de log-vraisemblance de Quandt.

Dans leurs exemples numériques, BDE utilisent les sommes cumulées pour détecter la présence d'instabilité et examinent ensuite l'évolution des coefficients et des variances et le graphique des ratios de log-vraisemblance pour affiner l'analyse en cas d'instabilité.

Ce sont principalement les méthodes de sommes cumulées qui sont retenues de l'article de Brown, Durbin et Evans, elles représentent en effet l'originalité majeure de leur étude. L'avantage des techniques qu'ils proposent est qu'elles n'imposent aucune forme paramétrée particulière de changement structurel comme hypothèse opposée à

la stabilité. Mais, de ce fait, les tests Cusum et Cusum-square sont très peu puissants. Pour cette raison et du fait de l'optique graphique des auteurs, ils préfèrent considérer ces tests comme des jalons pour l'étude de la stabilité plutôt que comme des tests formels de significativité pour lesquels on cherche en général une puissance élevée.

C Test de Farley et Hinich

Un autre test de changement structurel pour les cas où le point de rupture est inconnu a été suggéré par Farley et al. (1975). Ils approximent un changement discret à un point inconnu par un changement linéaire continu : ils posent le modèle suivant

$$y_t = x_t' \beta_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, n$$

où x_t' est la ligne t de la matrice X , et chaque coefficient dont on suspecte l'instabilité est modélisé par une fonction linéaire du temps

$$\beta_{jt} = \beta_j + t\delta_j.$$

En supposant que les q premiers coefficients sont stables, le modèle s'écrit

$$y_t = \sum_{j=1}^q \beta_j x_{tj} + \sum_{j=q+1}^p \delta_j (t x_{tj}) + \varepsilon_t.$$

Il est toujours linéaire mais les variables $t x_{tj}$ ont été introduites. L'absence de changement structurel est examinée en testant simultanément $\delta_{q+1} = \dots = \delta_p = 0$. D'après les auteurs, ce test n'est pas très puissant sauf si l'échantillon est grand ou si le changement structurel est important.

Références bibliographiques

- BOOP A.E., (1984), "Tests for structural change in US oil consumption, 1967-1982", *Energy Economics*, vol.6, n°4, pp 223-230
- BROWN R.L., DURBIN J., EVANS J.M., (1975), "Techniques for testing constancy of regression relationships overtime," *Journal of the Royal Statistics Society, Series B*, 37, pp 149-192.
- CHOW G.C., (1960), "Tests of equality between two sets of coefficients in two linear regressions", *Econometrica*, vol.28, n°3, pp 591-605.
- DAHL, (1986), "Gasoline demande survey", *The Energy Journal*, vol.7, n°1, pp 67-82.
- DURBIN J., (1969), "Tests for serial correlation in regression analysis based on the periodogram of least-squares residuals", *Biometrika*, vol.56, n°1, pp 1-15.
- FARLEY U., HINICH M., McGUIRE T.W., (1975), "Some comparisons of tests for a shift in the slopes of a multivariate linear time series model," *Journal of Econometrics*, 3, pp 297-318.
- FAUVEAU A., (1992), *Construction d'une base de connaissances économiques pour un système expert en économétrie*, Thèse de doctorat, Université Paris II, ENSPM, (à paraître).
- HOUTHAKKER H.S., TAYLOR L.D., (1970), *Consumer demande in the United States : Analysis and projections*, Harvard University Press, Cambridge MA.
- HUITRIC R., (1989), *Modélisation de la demande d'énergie - Application aux pays de l'OCDE*, Thèse de doctorat, Université de Bourgogne, ENSPM.
- JOHNSTON J., (1984), *Econometric methods*, Mc Graw-Hill International.
- NINOMIYA S., (1977), "Stepwise Chow Test", (summary). *The Economic Studies Quarterly*, vol.28, n°1, p. 60.
- PASINETTI L., (1988), "La théorie de la croissance et son avenir : dynamique structurelle et secteurs verticalement intégrés.", *Revue Européenne des science sociales*, vol.26, n°81.
- PROPAGE, (1987), *Archives et documents*, n°210, Juillet 1987, INSEE.
- RIDDELL W.C., (1978), "The use of the stepwise Chow test", *The Economic Studies Quarterly*, vol.29, n°3, pp 242-247.

Déjà parus

- CS-1. D. PERRUCHET et J.-P. CUEILLE,
Compagnies pétrolières internationales : intégration verticale et niveau de risque.
Novembre 1990.
- CS-2. C. BARRET et P. CHOLLET,
Canadian gas exports : modeling a market in disequilibrium.
Juin 1990.
- CS-3. J.-P. FAVENNEC et V. PREVOT,
Raffinage et environnement.
Janvier 1991.
- CS-4. D. BABUSIAUX,
Note sur le choix des investissements en présence de rationnement du capital.
Janvier 1990.
- CS-5. J.-L. KARNIK,
Les résultats financiers des sociétés de raffinage distribution en France 1978-1989.
Mars 1991.
- CS-6. I. CADORET et P. RENOUE,
Elasticités et substitutions énergétiques : difficultés méthodologiques.
Avril 1991.
- CS-7. I. CADORET et J.-L. KARNIK,
Modélisation de la demande de gaz naturel dans le secteur domestique : France,
Italie, Royaume-Uni 1978-1989.
Juillet 1991.
- CS-8. J.-M. BREUIL
Émissions de SO₂ dans l'industrie française : une approche technico-économique.
Septembre 1991.