HAL
open science

Calculs de rentabilité et mode de financement des projets d'investissement Propositions méthodologiques

Denis Babusiaux, Axel Pierru

To cite this version:

Denis Babusiaux, Axel Pierru. Calculs de rentabilité et mode de financement des projets d'investissement Propositions méthodologiques : Cahiers du CEG, n° 36 bis. 2000. hal-02437391

HAL Id: hal-02437391

https://ifp.hal.science/hal-02437391

Preprint submitted on 13 Jan 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Centre Économie et Gestion

Calculs de rentabilité et mode de financement des projets d'investissement

Propositions méthodologiques

Denis BABUSIAUX
Axel PIERRU

septembre 2000

Cahiers du CEG - n° 36 bis*

Série Recherche

*** version révisée du cahier n° 36**

ÉCOLE DU PÉTROLE ET DES MOTEURS
Centre Économie et Gestion
228-232, avenue Napoléon Bonaparte
92852 RUEIL-MALMAISON CEDEX
téléphone : 01 47 52 66 87 - télécopieur : 01 47 52 70 66

Cet article a fait l'objet d'une présentation au 26th Meeting of the EURO Working Group on Financial Modelling qui s'est tenu du 4 au 6 mai 2000 à la Norwegian University of Science and Technology (Trondheim, Norvège).

Il s'agit d'une version révisée du cahier N° 36. Certaines adaptations ont été suggérées par différents lecteurs de la première version, en particulier J.C. Boudry, B. Jehl et M. Valette de TOTAL FINA ELF, auxquels les auteurs adressent leurs remerciements.

La collection "Cahiers du CEG" est un recueil de présentations de travaux réalisés au Centre Économie et Gestion de l'École du Pétrole et des Moteurs, Institut Français du Pétrole, travaux de recherche ou notes de synthèse. Elle a été mise en place pour permettre la diffusion de ces travaux, parfois sous une forme encore provisoire, afin de susciter des échanges de points de vue sur les sujets abordés.

Les opinions émises dans les textes publiés dans cette collection doivent être considérées comme propres à leurs auteurs et ne reflètent pas nécessairement le point de vue de l'École du Pétrole et des Moteurs ou de l'IFP.

Pour toute information complémentaire, prière de contacter :

Valérie SAINT-ANTONIN *tél. :* **01 47 52 66 87**

The "Cahiers du CEG" is a collection of articles carried out at the Center for Economics and Management of the IFP School, Institut Français du Pétrole. It is designed to promote an exchange of ideas on the topics covered.

The opinions expressed are the sole responsibility of the author(s) and do not necessarily reflect the views of the IFP School or IFP.

For any additional information, please contact:

Valérie SAINT-ANTONIN *Phone :* **+ 33 1 47 52 66 87**

Résumé

Le problème à l'origine de la recherche dont les résultats sont en partie présentés ici est celui de l'évaluation de projets d'investissement soumis à une fiscalité spécifique telle que celles qui s'appliquent dans le secteur de l'Exploration et Production pétrolières. Plus précisément il s'agissait d'étudier un projet partiellement financé par emprunt, lorsque les revenus de ce dernier sont soumis à un taux d'imposition différent de celui utilisé pour le calcul du taux d'actualisation de l'entreprise et lorsque la part d'emprunt dans le financement du projet est différente de celle correspondant au ratio d'endettement défini par l'entreprise pour ce type de projets. La méthode proposée pour répondre à la question posée a en fait une portée plus générale. Elle est présentée dans une première partie et correspond à l'adaptation d'une méthode de calculs de rentabilité globale classique. Une solution simple consiste à ajouter chaque année au flux de trésorerie du projet un différentiel de coût après impôt des emprunts (négatif ou positif). Une fois défini le taux d'actualisation, la formulation retenue (méthode classique «généralisée») est indépendante de toute considération relative aux ratios d'endettement. Des compléments théoriques sont présentés en deuxième partie. La question traitée ensuite est celle de l'utilisation de la méthode d'Arditti-Levy ("*shadow interest*"), la plus couramment utilisée dans le secteur Exploration-Production de l'industrie pétrolière. Assez bien adaptée à la prise en compte de fiscalités spécifiques complexes, elle doit cependant faire l'objet d'aménagements lorsque l'entreprise affecte à un projet un emprunt représentant proportionnellement plus (ou moins) que la fraction correspondant au ratio d'endettement à respecter sur l'ensemble des projets du même type. Une approche adéquate est développée. Mais la formulation présentée, en conduisant à alourdir une méthode qui de façon générale ne peut être utilisée sans précautions, n'a pas la simplicité de celle correspondant à la méthode proposée en première partie. Cette «méthode classique généralisée» nous semble ainsi préférable dans tous les cas de figure.

Introduction

La préparation d'une décision d'investissement passe le plus souvent dans l'entreprise par des calculs de rentabilité déterministes effectués dans le cadre de différents scénarios conduisant à la construction d'un ou plusieurs échéanciers de flux de trésorerie (quelle que soit l'approche retenue pour la prise en compte des incertitudes). Les calculs de Valeurs Actuelles peuvent s'appuyer sur différentes méthodes dont les conditions de cohérence ont été bien établies (Boudreaux et Long [1979], Chambers et al. [1982], Babusiaux [1990]). La plus courante dans les manuels comme dans la pratique correspond à des calculs de rentabilité globale. Le taux d'actualisation utilisé est alors un coût moyen pondéré du capital après impôt. Nous réserverons l'adjectif "classique" à celle-ci, bien que plusieurs méthodes puissent maintenant être considérées comme telles. Dans le secteur amont de l'industrie pétrolière (exploration et production de pétrole brut) la méthode d'Arditti-Levy (dite "*shadow interest"*) lui est souvent préférée. Le taux d'actualisation correspondant est en effet défini comme un coût moyen pondéré du capital avant impôt, il est donc indépendant de la fiscalité. Cette approche paraît ainsi mieux adaptée à l'industrie pétrolière amont soumise à des fiscalités spécifiques très diverses.

L'objectif principal de cet article est de nuancer cette observation et, dans une première partie, de montrer que la méthode globale classique peut être utilisée pour étudier la rentabilité d'un projet même lorsque les résultats de ce dernier sont soumis à une fiscalité différente de celle considérée pour le calcul du taux d'actualisation**.** La formulation proposée, très simple, présente un intérêt qui nous paraît fondamental, celui d'être valide, une fois défini le taux d'actualisation, quelles que soient les caractéristiques de l'emprunt utilisé pour financer le projet. En effet, dans certains cas, une entreprise peut être incitée à affecter à un projet un emprunt représentant plus (ou moins) que la fraction correspondant au ratio d'endettement défini pour l'ensemble des projets du même type que le projet étudié, en d'autres termes, pour l'ensemble des projets appartenant à la même classe de risque. Mais elle doit le plus souvent tenir compte du nécessaire respect de ce ratio d'endettement à l'échelle globale de la société (*i.e.* sur l'ensemble des projets concernés). Ce ratio d'endettement sera par la suite appelé ratio de référence. La méthode présentée (classique « généralisée ») permet de tenir compte de cette nécessité.

Compte-tenu des pratiques de l'industrie s'appuyant sur la méthode d'Arditti, il convenait d'étudier également dans quelle mesure cette dernière peut être adaptée à l'évaluation de projets auxquels sont associés des financements particuliers. Nous proposons une approche cohérente avec celle présentée en première partie. Mais la formulation présentée n'a pas la simplicité de celle correspondant à la méthode classique "généralisée" et conduit à alourdir encore une méthode qui, de façon générale, ne peut être utilisée sans précautions.

La discussion présentée en dernière partie, relative aux avantages et inconvénients des deux approches, nous conduit ainsi à suggérer de retenir la première (classique « généralisée ») comme principale méthode de référence dans tous les cas.

Remarquons enfin que la recherche réalisée pour aborder le problème traité ici est à l'origine de résultats plus théoriques exposés par ailleurs (Pierru et Babusiaux [2000]). Sans les développer nous consacrerons cependant ici une section (la deuxième) à la formule fondamentale dont ils sont dérivés, car celle-ci fournit une justification complémentaire de la méthode proposée. Au-delà, elle permet de montrer que les différentes méthodes de calcul (classique, Arditti-Levy, fonds propres, Myers, flux nets, ..) peuvent être définies à partir d'une formule unique. Ceci fournit une preuve immédiate de leur cohérence sous les hypothèses adéquates et permet de généraliser certains résultats et formules dont celles de Modigliani et Miller.

1. Utilisation de calculs de rentabilité globale classique en présence de fiscalités diverses

1.1 Présentation du problème

Considérons une entreprise d'une taille suffisante pour que l'on puisse supposer qu'elle fait chaque année appel à de nouveaux emprunts. Elle est soumise à l'impôt sur le revenu. Pour étudier ses projets d'investissement dans un secteur donné à l'aide de calculs de rentabilité globale, elle utilise un taux d'actualisation i (en monnaie courante) défini comme un coût moyen du capital après impôt :

$$i = w(1-t)r + (1-w)c$$

avec w ratio d'endettement fixé par l'entreprise pour l'ensemble des projets de la même classe de risque. Ce ratio sera par la suite appelé "ratio de référence"
- t taux d'imposition sur le revenu des sociétés
- r taux d'intérêt des emprunts
- c coût des capitaux propres associé aux projets de la classe de risque considérée

Ultérieurement nous considérerons le cas où certaines de ces grandeurs sont variables au cours du temps. Nous noterons alors i_n, w_n, t_n, r_n et c_n leurs valeurs respectives à une année n.

L'entreprise étudie la rentabilité d'un projet d'investissement qui serait réalisé dans un pays étranger de fiscalité différente ou, plus généralement, dont les revenus seront taxés à un (ou des) taux différent(s) du taux t. Nous nous limiterons au cas où il n'y a pas de consolidation fiscale, ou à des cas équivalents[1] assez fréquents dans le domaine de l'exploration et de la production pétrolière et gazière. Nous supposons de plus que le projet peut être financé partiellement par emprunt et que les charges d'intérêt correspondantes sont déductibles du revenu imposable du projet.

1.2 Proposition d'une approche générale

Notons P' l'emprunt effectué pour réaliser le projet. Quel qu'en soit le montant et quel que soit le ratio d'endettement w que se fixe l'entreprise, on peut considérer que le prêt P' vient en substitution d'un prêt π qui aurait été contracté par les services centraux de l'entreprise. Le prêt π, de même montant que le prêt P', serait remboursé sur la même durée et suivant les mêmes modalités de remboursement. Autrement dit, l'échéancier des remboursements en capital serait identique. Cette hypothèse, même si elle peut paraître théorique, traduit le fait que le prêt π doit conduire chaque année au même ratio d'endettement global que le prêt P' (hypothèse couramment retenue en calcul économique de ratio d'endettement fixé *a priori*).

<u>Remarque</u> : Dans la pratique, ceci peut conduire, pour l'emprunt substitut π, à des modalités de remboursement inhabituelles et qui pourraient être considérées comme irréalistes. En fait, la substitution peut concerner non pas un seul prêt, mais - si les modalités de remboursement ne peuvent être adaptées au respect du ratio - différents prêts contractés au cours de la période d'étude et dont les montants seraient précisément ajustés de façon à maintenir le ratio d'endettement fixé. Considérer l'emprunt π est alors équivalent à considérer ces différentes variations.

[1] Par exemple, lorsque la fiscalité locale est plus lourde que la fiscalité française pour une entreprise française appliquant les règles du régime du bénéfice mondial consolidé

Notons :

N : dernière année de la période d'étude.

F_n : le flux de trésorerie associé au projet, flux d'exploitation après impôt (n'intégrant aucun élément lié à l'emprunt)

Remarque : Lorsqu'il est nécessaire de préciser la définition de l'indice n caractérisant une année donnée, nous retiendrons la convention courante consistant à considérer l'ensemble des flux de trésorerie de l'année comme localisés en fin d'année. Il en sera de même pour les valeurs ponctuelles telles que B'_n ou la valeur V_n du projet que nous définirons plus loin.

r' : le taux d'intérêt de l'emprunt P' associé au projet,

B'_n : le capital emprunté restant dû en fin d'année n,

θ_n : le taux d'imposition auquel les revenus du projet sont assujettis l'année n.

$\hat{r}'_n$: coût après impôt de l'emprunt. Les charges d'intérêt associées au prêt P' l'année n, qui se montent à $r'B'_{n-1}$, engendrent des économies d'impôt $\theta_n r'B'_{n-1}$. Le coût après impôt de l'emprunt est :

$$\hat{r}'_n = (1-\theta_n)r'$$

(remarquons que si les frais financiers ne sont pas déductibles de l'assiette fiscale, alors il suffit de prendre ici : $\theta_n = 0$)

Le coût après impôt des charges d'intérêt s'élève à :

$$\hat{r}'_n B'_{n-1} = (1-\theta_n)r'B'_{n-1}$$

De même, le coût après impôt des intérêts associés au prêt π aurait été l'année n :

$$\hat{r}B'_{n-1} = (1-t)rB'_{n-1}$$

La différence entre ces deux termes est à mettre au crédit du projet. Le flux de trésorerie G_n qui doit à l'année n être imputé au projet est :

$$G_n = F_n + \left[(1-t)r - (1-\theta_n)r'\right]B'_{n-1} = F_n + (\hat{r} - \hat{r}'_n)B'_{n-1}$$

La Valeur Actuelle Nette du projet s'écrit ainsi :

$$\boxed{\text{VAN}=\sum_{n=0}^{N}\frac{G_n}{(1+i)^n} = \sum_{n=0}^{N}\frac{F_n + \left[(1-t)r-(1-\theta_n)r'\right]B'_{n-1}}{(1+i)^n} = \sum_{n=0}^{N}\frac{F_n + (\hat{r}-\hat{r}'_n)B'_{n-1}}{(1+i)^n}} \qquad (1)$$

Remarque 1 : La procédure ci-dessus constitue une généralisation de celle proposée par Babusiaux (1990) pour analyser la rentabilité d'un projet permettant de faire appel à un emprunt à taux privilégié $r' \neq r$, le gain à porter au crédit du projet l'année n étant hors fiscalité $(r-r')\ B'_{n-1}$, soit après impôt $(1-t)\ (r-r')\ B'_{n-1}$.

Remarque 2 : La définition du prêt π peut donner lieu à différentes interprétations. Par exemple, dans le cas d'emprunts à taux privilégié, certains auteurs ont proposé de considérer le prêt π comme remboursable par mensualités (trimestrielles ou annuités) constantes si le prêt P' est ainsi défini. Cette hypothèse peut paraître plus naturelle que celle que nous avons retenue ci-dessus, mais elle n'est pas conforme (strictement) à celle qui constitue la principale référence théorique, celle du respect d'un ratio d'endettement inchangé quand on envisage de substituer un prêt à un autre.

Remarque 3 : L'adaptation de la formule (1) à la prise en compte des termes contractuels propres à l'amont pétrolier ne soulève a priori aucune difficulté particulière. Prenons $r = r'$ afin de mieux souligner l'impact des termes fiscaux sur le calcul du flux G_n. Dans le cadre d'une concession dans laquelle les frais financiers sont déductibles de l'assiette fiscale, la formule générale ci-dessus s'écrit $G_n = F_n + (\theta_n - t)rB'_{n-1}$. Cette définition de G_n demeure valable en affectant à θ_n une valeur nulle lorsque l'on considère une concession pour laquelle les frais financiers ne sont pas déductibles de l'assiette fiscale ou un contrat de partage de production pour lequel ceux-ci ne rentrent pas dans la définition du *cost oil*. Dans le cadre d'un contrat de partage de production permettant de récupérer les frais financiers sous forme de *cost oil*, il suffit considérer que ces derniers se substituent à un montant équivalent de *profit oil* qui aurait été partagé entre l'état et la compagnie. Le gain engendré par la prise en compte de ces frais financiers est alors $T_n rB'_{n-1}$ (T_n : pourcentage du *profit oil* – ou, le cas échéant, de *l'excess oil* – revenant à l'état l'année *n*). Le flux à considérer est alors : $G_n = F_n + (T_n - t)rB'_{n-1}$.

1.3 Fiscalité de référence et allocation optimale de la dette

Nous avons considéré ci-dessus un projet soumis à une fiscalité distincte de celle qui s'applique généralement à l'entreprise. Dans une société pétrolière internationale, il n'y a pas une, mais un nombre élevé de fiscalités à prendre en compte. Comment déterminer alors le taux t ? En théorie, l'entreprise devrait affecter les emprunts possibles par ordre croissant de leurs coûts après impôt (en permettant par exemple à certaines filiales de s'endetter proportionnellement plus que d'autres). Le coût marginal après impôt de la dette $\hat{r}_m$ est alors le coût du dernier prêt utilisé. C'est ce dernier prêt qui doit servir de référence pour définir le prêt π auquel se substituerait l'emprunt P' associé à un projet que l'on étudie, ainsi que le taux d'imposition t_m qui s'applique aux revenus dont peuvent être déduits les intérêts correspondants. C'est par rapport à son coût marginal $\hat{r}_m = (1-t_m)r_m$ (s'il peut être déterminé par les services centraux de l'entreprise) que doit être calculé le gain $(\hat{r}_m - \hat{r}')B'_{n-1}$ à mettre au crédit du projet.

Maximiser la valeur du projet ou celle de l'entreprise conduit bien à la même décision : un emprunt ne sera alloué au projet que si $\hat{r}_m - \hat{r}' \geq 0$, c'est-à-dire si le coût après impôt de l'emprunt est avantageux (ce qui se traduit par un flux positif). Dans le cas contraire, affecter un emprunt au projet diminue la valeur actuelle nette de ce dernier. Le point de vue du projet et celui de l'entreprise étant cohérents, la décision de financement peut ainsi en théorie être décentralisée.

Bien que la détermination du taux d'actualisation fasse intervenir des données relatives à l'emprunt marginal, nous reviendrons cependant dans ce qui suit aux notations utilisées jusqu'à présent (t pour t_m, $\hat{r}$ pour $\hat{r}_m$) pour alléger l'écriture.

1.4 Cas particulier : taux d'imposition marginal nul

Pour analyser une situation qui se présente parfois de façon concrète dans l'industrie, nous allons introduire des hypothèses posées de façon schématique. Considérons une entreprise ou un groupe industriel ayant deux types d'activités distinctes. La première, que nous appellerons A, est exercée principalement dans le pays d'origine et soumise à une fiscalité de droit commun. La deuxième, développée au moins en partie à l'étranger, fait l'objet de fiscalités spécifiques. Nous la noterons E[1]. L'activité E est bénéficiaire, ses résultats sont imposés (après une éventuelle consolidation) à un (ou des) taux différents de celui qui s'applique à l'activité A. La situation de l'activité A est déficitaire et on prévoit qu'elle le restera au cours de la période d'étude (de façon plus générale le bénéfice consolidé est négatif et le restera). L'entreprise fait appel à des emprunts dans chacun des secteurs A et E.

Notons w le ratio d'endettement à respecter pour l'ensemble des investissements du secteur E. Supposons égaux les taux d'intérêt des emprunts de l'un et l'autre secteurs ($r' = r$). Considérons un projet d'investissement dans le secteur E. Le taux d'imposition t correspondant à la méthode proposée ici étant nul, le taux d'actualisation à utiliser est un coût moyen du capital calculé hors fiscalité :

$$i = wr + (1-w)c$$

Il s'agit du taux qui serait utilisé pour appliquer la méthode d'Arditti-Lévy (les principes de la méthode d'Arditti sont rappelés au § 3.1). Le flux de trésorerie d'une année n à considérer est :

$$G_n = F_n + \theta_n r B'_{n-1}$$

Il s'agit du flux d'exploitation majoré des économies d'impôts liées à la déductibilité des charges financières.

On constate une similitude formelle avec le flux de la méthode d'Arditti-Levy. Lorsque l'emprunt associé au projet est cohérent avec le ratio d'endettement de référence *w*, la méthode proposée (classique "généralisée") **et la méthode d'Arditti-Lévy sont donc identiques** (dans le cas, rappelons-le, où le taux d'imposition t est nul).

1.5 Relation avec certaines pratiques industrielles

Le problème principal à l'origine de cette étude se pose lorsque l'entreprise est amenée à associer à un projet un financement par emprunt dont le montant est significativement différent de celui qui correspondrait au respect du ratio d'endettement de référence défini par l'entreprise. Dans l'industrie pétrolière, comme nous l'avons indiqué, la méthode d'Arditti-Levy est couramment utilisée. En l'absence d'une méthode rigoureuse, les spécialistes des études économiques ont été amenés à proposer dans certains cas des règles de calcul conduisant à des approximations acceptables. Les analyses faites ci-dessus peuvent fournir un éclairage utile sur la validité de ces approximations.

Une première pratique consiste à utiliser la méthode d'Arditti-Lévy avec un taux d'actualisation calculé à partir du ratio de référence w, soit $wr+(1-w)c$, méthode appliquée en intégrant aux flux de trésorerie les crédits d'impôt associés aux frais financiers afférant à **l'emprunt effectivement contracté** pour le projet. Ceci correspond à la formule du paragraphe précédent, qui montre que cette pratique est une méthode de calcul exacte dans le cas où le taux d'imposition $t = t_m$ est nul,

[1] Nous laissons au lecteur le choix de l'interprétation de cette lettre : E comme étranger ou E comme Exploration-Production

autrement dit lorsque l'emprunt marginal ne donne pas lieu à des économies d'impôt. C'est le cas en particulier lorsque la situation de l'entreprise se rapproche de celle analysée au paragraphe précédent. A titre d'exemple, un groupe français empruntant en France, mais ne payant pas d'impôt en France, obtient des résultats de calculs de Valeurs Actuelles rigoureusement exacts en préconisant cette pratique. Prévoir des **résultats imposables positifs** pour les années à venir conduit à modifier les règles de calcul. L'emploi de la méthode d'Arditti dans ce cas nécessiterait une formulation qui sera présentée en section 3. Pour utiliser une méthode globale classique il convient naturellement :

- de définir le taux d'actualisation comme un coût moyen du capital **après impôt**
- d'introduire une valeur non nulle de t dans la définition des flux de trésorerie G_n

Autrement dit, le passage à la méthode « classique généralisée », correspond alors non à un changement de méthode qui peut poser des problèmes organisationnels, mais seulement à la modification de la valeur du paramètre (t).

Une deuxième pratique consiste à affecter au projet étudié les économies d'impôt calculées non à partir des données de l'emprunt effectué pour financer le projet, mais en considérant un emprunt fictif respectant le ratio d'endettement de référence. Cette pratique sera analysée en section 3.

2. Compléments théoriques

L'objectif de cette section est de présenter quelques compléments relatifs à l'analyse d'un projet d'investissement financé avec une part d'emprunt respectant le ratio d'endettement de référence w fixé par l'entreprise pour l'ensemble des projets de la même classe de risque. Pour la plupart, les développements théoriques correspondants font l'objet d'une autre publication et ne seront pas repris dans ce document. Nous présenterons cependant ici la formule principale qui en est à la base, car elle fournit une justification complémentaire de la méthode proposée.

Nous considérerons de façon classique un **ratio d'endettement défini par rapport à la valeur économique du projet**, notion qui nous sera également nécessaire au cours de la section 3. Avant de considérer un projet soumis à une fiscalité distincte de celle qui s'applique à l'entreprise, objet de l'étude, nous effectuerons quelques rappels concernant cette définition d'un ratio d'endettement.

2.1 Rappel : ratio d'endettement d'un projet défini par rapport à sa valeur économique

Valeur économique d'un projet

D'une façon générale, considérons un projet d'investissement auquel est associé un échéancier de flux de trésorerie, notés φ_n pour éviter de reprendre une des notations ci-dessus, N demeurant la dernière année de la période d'étude.

À une année n quelconque, la valeur économique du projet V_n est la somme de ses flux de trésorerie futurs actualisés :

$$V_n = \sum_{k=n+1}^{N} \frac{\varphi_k}{(1+i)^{k-n}}$$

Elle peut également être définie à partir de la relation de récurrence :

$$V_n = \frac{V_{n+1} + \varphi_{n+1}}{1+i}$$

avec $V_N = 0$

En particulier l'année 0 :

$$V_0 = \sum_{k=1}^{N} \frac{\varphi_k}{(1+i)^k}$$

Considérons le cas simplifié où le flux de l'année 0 correspond seulement à une dépense d'investissement noté I_0. La Valeur Actuelle Nette s'écrit alors :

$$VAN = -I_0 + \sum_{k=1}^{N} \frac{\varphi_k}{(1+i)^k} = -I_0 + V_0$$

Remarquons que la valeur du projet l'année 0, $V_0 = I_0 + VAN$, est ainsi définie après réalisation de l'investissement (acquisition ou construction d'un équipement par exemple). C'est le prix minimum auquel l'entreprise serait disposée à vendre l'équipement étudié. C'est également le prix maximum qu'accepterait de payer pour l'acquérir un tiers ayant même taux d'actualisation (et même anticipations relatives aux flux de trésorerie).

Ratio d'endettement du projet égal au ratio de référence

Considérons un financement du projet assuré partiellement par emprunt. Notons B_n le montant du capital emprunté restant dû l'année n.

Supposer le ratio d'endettement du projet (défini par rapport à sa valeur économique) constamment égal au ratio de référence w s'écrit :

$$B_n = wV_n$$

Ceci conduit à considérer un montant emprunté l'année 0 égal à :

$$B_0 = wV_0 = w(I_0 + VAN)$$

En d'autres termes, **le ratio d'endettement n'est pas défini ici par rapport au coût de l'investissement (coût historique *ex post*), mais par référence à la valeur économique théorique du projet, c'est-à-dire la valeur actuelle de ses flux futurs**.

Cette hypothèse peut être justifiée par le fait que, lorsqu'un projet présente une VAN positive, sa réalisation entraîne une augmentation de la valeur (théorique) de l'entreprise exactement égale à cette VAN. En théorie donc, si l'entreprise souhaite maintenir un ratio d'endettement constant w, elle peut emprunter non seulement wI_0 mais $w(I_0+VAN)$. En effet, si elle emprunte seulement wI_0 et si la valeur des actions sur le marché augmente grâce à l'annonce de la réalisation du projet étudié, le ratio d'endettement (calculé par référence aux valeurs du marché) décroîtra au-dessous de la valeur w. Cette hypothèse peut également être justifiée en considérant l'éventualité d'un rachat du projet (ou

d'une partie du projet) par une autre entreprise, qui aurait même taux d'actualisation, mêmes anticipations de recettes et dépenses, et même ratio d'endettement de référence w. Comme nous l'avons vu ci-dessus, le prix maximum qu'elle est prête à payer pour acheter l'équipement une fois celui-ci mis en place est :

$$V_0 = I_0 + VAN$$

Si elle décide de faire l'acquisition à ce prix, c'est bien un emprunt $B_0 = w(I_0 + VAN)$ et non wI_o qui sera cohérent avec son objectif de ratio d'endettement.

Remarquons encore que c'est sous cette hypothèse (ratio d'endettement défini par rapport à la valeur économique d'un projet) que les VAN obtenues par différentes méthodes (globale classique, Arditti-Levy, fonds propres, flux nets) sont égales. Nous présentons une démonstration relative aux deux premières approches généralisées au cas de ratios d'endettement différents en annexe.

Remarque : Les méthodes sont cependant convergentes lorsque l'on associe à un projet un emprunt dont le montant à l'année 0 est égal à wI_0, et lorsque la décision à prendre est celle de réaliser ou non le projet étudié. En effet, les VAN correspondant aux différentes approches ne sont pas égales mais sont en général de même signe (en toute rigueur, si le ratio d'endettement du projet est stable sur sa durée de vie).

2.2 Projets à fiscalité spécifique ayant même ratio d'endettement que le ratio de référence

Revenons à l'étude d'un projet soumis à une fiscalité différente de celle qui s'applique en général à l'entreprise. Nous supposons que ce projet est financé en partie par emprunt de façon à ce que son ratio d'endettement soit, comme ci-dessus, constamment égal au ratio de référence w défini par l'entreprise. Nous allons montrer que la Valeur Actuelle Nette du projet, égale à la somme des flux G_n actualisés au taux i, est aussi égale à la somme des flux d'exploitation F_n actualisés au(x) taux correspondant au(x) coût(s) moyen(s) après impôt du capital investi dans le projet.

Pour présenter dans un premier temps une formule simple, considérons le cas où le taux d'imposition θ des revenus du projet est constant au cours du temps.

Notons y le coût moyen après impôt du capital investi dans le projet :

$$y = w(1-\theta)r' + (1-w)c$$

La formule annoncée, qui sera démontrée ci-après, s'écrit :

$$\boxed{VAN = \sum_{n=0}^{N} \frac{G_n}{(1+i)^n} = \sum_{n=0}^{N} \frac{F_n + [(1-t)r - (1-\theta)r']B_{n-1}}{(1+i)^n} = \sum_{n=0}^{N} \frac{F_n}{(1+w(1-\theta)r' + (1-w)c)^n} = \sum_{n=0}^{N} \frac{F_n}{(1+y)^n}} \quad (2)$$

De façon plus générale, la valeur du projet V_n à une année n quelconque peut être calculée de deux façons équivalentes :

$$V_n = \sum_{k=n+1}^{N} \frac{G_k}{(1+i)^{k-n}} = \sum_{k=n+1}^{N} \frac{F_k + [(1-t)r - (1-\theta)r']B_{k-1}}{(1+i)^{k-n}} = \sum_{k=n+1}^{N} \frac{F_k}{(1+y)^{k-n}} \qquad (3)$$

Cette propriété est intuitive. Elle montre que la **VAN, et plus généralement la valeur économique V_n du projet à une année *n*, peut être calculée en actualisant les flux de trésorerie d'exploitation à un taux égal au coût moyen après impôt du financement propre au projet.**

Ce résultat bien que relatif au cas particulier d'un ratio d'endettement du projet égal à *w*, peut constituer une justification qui complète les raisonnements effectués en première section pour définir la méthode proposée.

Il est repris par ailleurs (Pierru et Babusiaux [2000]) pour en déduire un « théorème » : la VAN du projet est indépendante du taux *t* ainsi que le montre la deuxième partie de la formule (*y* dépend seulement de θ). Il est donc possible dans la première partie de la formule (3) de donner à ce paramètre *t* une valeur quelconque. Chacune des méthodes traditionnelles (classique, Arditti-Levy, fonds propres, Adjusted Present Value, flux nets) correspond à une valeur particulière de *t,* ce qui fournit une preuve très simple de leur cohérence.

La démonstration de la formule fondamentale (3) sera présentée dans le cas plus général où l'un des paramètres tel que le taux d'imposition du projet θ, ou plusieurs paramètres, sont variables au cours du temps. En introduisant un indice représentant l'année considérée, la formule devient :

$$V_n = \sum_{k=n+1}^{N} \frac{F_k + \left[(1-t_k)r_k - (1-\theta_k)r'_k\right]B_{k-1}}{\prod_{m=n+1}^{k}(1+i_m)} = \sum_{k=n+1}^{N} \frac{F_k}{\prod_{m=n+1}^{k}(1+y_m)} \qquad \text{(3 bis)}$$

avec :

$$i_m = w_m r_m (1-t_m) + (1-w_m)c_m$$

$$y_m = w_m r'_m (1-\theta_m) + (1-w_m)c_m$$

$$V_N = 0$$

<u>Démonstration</u> :

Écrivons la relation de récurrence correspondant à la définition de V_n :

$$V_{n-1} = \frac{V_n + G_n}{1+i_n}$$

L'équation (3 bis) peut être réécrite de la façon suivante :

$$V_{n-1} = \frac{V_n + G_n}{1+i_n} = \frac{V_n + F_n + \left[(1-t_n)r_n - (1-\theta_n)r'_n\right]B_{n-1}}{1 + w_n r_n (1-t_n) + (1-w_n)c_n} \qquad (4)$$

$$[1 + w_n r_n (1-t_n) + (1-w_n)c_n]V_{n-1} = V_n + F_n + \left[(1-t_n)r_n - (1-\theta_n)r'_n\right]B_{n-1} \qquad (5)$$

En remplaçant B_{n-1} par $w_n V_{n-1}$ (ratio d'endettement défini en fonction de la valeur théorique du projet), l'équation (5) devient :

$$V_{n-1} = \frac{V_n + F_n}{(1 + w_n r'_n (1-\theta_n) + (1-w_n)c_n)} = \frac{V_n + F_n}{1 + y_n} \qquad (6)$$

Cette relation de récurrence correspond bien à l'équation (3 bis) proposée.

3. Utilisation de la méthode d'Arditti-Levy (*shadow interest*)

Dans le secteur de l'Exploration et de la Production pétrolière, la méthode d'Arditti est couramment utilisée. Le taux d'actualisation correspondant est en effet déterminé comme un coût du capital avant impôt, donc indépendant des règles fiscales, qui peuvent être très variables d'un pays à l'autre, voire d'un permis à un autre. Dans sa définition originelle, elle n'est cependant valide que dans le cas où l'endettement associé au projet est cohérent avec le ratio de référence.
Dans le cas contraire, elle doit être reformulée.

Nous proposerons une formulation adaptée à un endettement quelconque (§ 3.2), après quelques rappels sur les principes de la méthode.

3.1 Principes de la méthode

Elle s'appuie sur la définition **d'un taux d'actualisation *s* calculé comme un coût moyen du capital avant impôt** (elle est également connue en anglais sous le nom de la méthode "Before Tax Weighted Average Cost of Capital"). Avec les notations précédentes :

$$s = wr + (1-w)c = i + wtr \qquad (7)$$

Les flux de trésorerie considérés S_n peuvent alors être définis **comme les flux d'exploitation majorés des économies d'impôt associées à la comptabilisation des charges d'intérêt**. Soit :

$$S_n = F_n + \theta_n r B_{n-1}$$

(en supposant ici que le taux d'intérêt *r'*des emprunts associés au projet est égal au taux d'intérêt *r* retenu pour l'ensemble des emprunts de l'entreprise). Lorsque le ratio d'endettement du projet est égal au ratio de référence *w*, cette méthode conduit aux même décisions que les autres méthodes classiques (rentabilité globale classique, rentabilité des capitaux propres, et sous certaines conditions - Pierru et Babusiaux [2000] - Adjusted Present Value de Myers).

Schématiquement, la méthode de rentabilité globale classique consiste à tenir compte de la déductibilité fiscale des intérêts des emprunts lors de la détermination du taux d'actualisation défini comme un coût moyen **après impôt** du capital.

Utiliser la méthode d'Arditti revient à faire intervenir la déductibilité des intérêts non dans la définition du taux d'actualisation, mais lors du calcul de chaque flux de trésorerie.

De façon plus précise, les Valeurs Actuelles Nettes, calculées au moyen de chacune de ces méthodes sont égales si le ratio d'endettement du projet, défini par référence à la valeur économique théorique du projet, est égal à *w* sur l'ensemble de la période d'étude. En particulier, si à l'année 0 apparaissent

seulement des dépenses d'investissement I_o, cette hypothèse implique que le montant de capital emprunté à l'année 0 est (cf section 2.1) :

$$B_0 = w(I_0 + VAN)$$

La méthode peut être également justifiée lorsque l'on étudie un grand projet qui fait l'objet d'un financement spécifique n'ayant pas d'incidence sur les possibilités d'emprunt pour les autres projets de l'entreprise (financement sans recours par exemple). Dans ce cas, le projet peut bénéficier d'un levier différent de celui de l'entreprise. Le taux d'actualisation à utiliser est alors un coût moyen du financement associé au projet et non le coût moyen du capital de l'entreprise.

3.2 Projet dont le ratio d'endettement est différent du ratio de référence fixé par l'entreprise

Les montants d'emprunts contractés en pratique pour la réalisation d'un projet d'investissement ne sont pas nécessairement en ligne avec le ratio d'endettement de référence, et ce parfois de façon significative. Nous étudions un tel projet auquel est associé un ratio d'endettement w'. **Nous supposons que l'entreprise souhaite respecter un ratio d'endettement de référence *w* sur le financement de l'ensemble des projets appartenant à la même classe de risque**, hypothèse couramment retenue. Alors il n'est pas possible d'utiliser sans précaution la méthode d'Arditti-Levy, de même qu'il n'est pas possible d'utiliser directement un calcul de rentabilité des capitaux propres.

Prenons l'exemple d'un projet qui permet (ou paraît permettre) d'obtenir un prêt P' correspondant à une fraction du capital w' supérieure à w. L'utilisation d'un taux d'actualisation s défini en utilisant le ratio w (formule (7) du paragraphe ci-dessus) est cohérente avec l'hypothèse relative au financement, par l'entreprise[2], de l'ensemble des projets de même type.

Mais on ne peut alors calculer les flux S_n en créditant le projet d'économies d'impôt correspondant à la comptabilisation des intérêts du prêt P', en d'autres termes calculées par référence à un ratio w' différent du ratio w retenu pour la détermination du taux d'actualisation. Ces crédits d'impôt seraient plus élevés que ceux engendrés par un emprunt respectant le ratio w de l'entreprise. L'écart constituerait un avantage qui ne peut pas être (en totalité tout au moins) associé au projet, puisque à ratio d'endettement w fixé, la possibilité pour le projet étudié de faire apparaître un ratio $w'>w$ doit être compensé par un ratio d'endettement moins élevé sur d'autres projets.

Pour résoudre le problème ainsi posé, nous proposons de considérer l'emprunt de montant B'_n comme résultant de l'addition de deux emprunts différents. Dans un premier temps, nous limiterons la présentation au cas où le taux d'intérêt de l'emprunt lié au projet n'est pas différent de celui qui caractérise l'ensemble des emprunts de l'entreprise.

- Le premier emprunt est défini comme respectant le ratio d'endettement de référence w. Notons B_n le montant de capital correspondant non encore remboursé à l'année n. Le crédit d'impôt associé, à imputer au projet conformément à la formulation d'Arditti-Levy, s'écrit l'année n :

$$\theta_n r B_{n-1}$$

- Le deuxième emprunt s'obtient par différence. C'est celui qui conduit à passer du ratio d'endettement w au ratio w'. Notons C_n le montant de la dette correspondante non encore remboursée à l'année n. Nous avons donc :

[2] Remarquons d'ailleurs que le calcul d'une moyenne pondérée est rigoureusement justifié si l'on suppose stable sur la période d'étude le ratio d'endettement de l'entreprise.

$$C_n = B'_n - B_n.$$

Si w' est supérieur à w, c'est probablement parce que le projet est soumis à un taux d'imposition plus élevé que le taux d'imposition t habituel, permettant ainsi des économies d'impôt sur intérêts plus importantes. C'est ce supplément d'économies d'impôt qui doit être affecté au projet, soit à l'année n :

$$r(\theta_n - t)C_{n-1}$$

(remarquons que cette formulation demeure valable si $w'<w$, le signe de C_{n-1} étant alors négatif).

Le flux total à imputer au projet est donc :

$$\boxed{Z_n = F_n + \theta_n r B_{n-1} + (\theta_n - t) r C_{n-1}} \qquad (8)$$

ou encore : $Z_n = F_n + \theta_n r B'_{n-1} - trC_{n-1}$

Nous allons maintenant vérifier que ce procédé est bien cohérent avec celui proposé à la section précédente pour les calculs de rentabilité globale classique. Nous avions considéré alors un flux (pour $r'=r$) :

$$G_n = F_n + (\theta_n - t) r B'_{n-1}$$

soit :

$$Z_n = G_n + trB'_{n-1} - trC_{n-1}$$

$$\boxed{Z_n = G_n + trB_{n-1}}$$

La différence entre les flux adaptés à chaque méthode est égale au crédit d'impôt relatif aux intérêts associés au seul premier emprunt, emprunt défini par référence au ratio d'endettement w. C'est bien le cas pour lequel la cohérence entre les deux méthodes a été établie. L'annexe en donne une démonstration ainsi que la formulation de l'approche proposée dans le cas plus général où les taux d'emprunts r et r' sont différents.

La relation entre les flux Z_n et G_n s'interprète simplement :

Les flux G_n sont actualisés au taux i, coût moyen du financement **après impôt**. Les économies d'impôt liées à la comptabilisation des intérêts sont prises en compte lors de la détermination du taux i, tandis qu'avec la méthode d'Arditti, ils sont intégrés dans les flux Z_n. Pour utiliser le taux i, il convient donc de retrancher au flux Z_n les crédits d'impôt trB_{n-1}.

3.3 Retour sur certaines pratiques industrielles

Nous avons évoqué au paragraphe 1.5 deux pratiques conduisant à des calculs approchés. L'une d'elles consiste à affecter au projet un financement par emprunt normatif, cohérent avec le ratio d'endettement fixé par l'entreprise et donc différent, de façon significative dans certains cas, du financement effectivement mis en place. La validité de cette pratique peut être analysée au moyen de la formule (8) du paragraphe ci-dessus.

Le flux de trésorerie Z_n à considérer pour obtenir un résultat exact est en effet :

$$Z_n = F_n + \theta_n r B_{n-1} + (\theta_n - t) r C_{n-1} \qquad (8)$$

Supposons que les règles de calcul proposées conduisent à utiliser la méthode d'Arditti en considérant les intérêts portant sur le capital B_n et non les intérêts effectivement payés (associés au capital $B'_n = B_n + C_n$).

La formule ci-dessus montre qu'un tel calcul revient à négliger les termes :

$(\theta_n - t) r C_{n-1}$, ce qui est possible :

- lorsque les valeurs des C_n sont petites, c'est-à-dire lorsque l'emprunt contracté conduit à un ratio d'endettement du projet w' peu différent du ratio de référence w, ce qui était évident *a priori*.

- Ou lorsque le taux d'imposition associé au projet est voisin de celui qui s'applique au calcul de l'impact fiscal de l'emprunt marginal $(\theta_n \cong t)$.

4. Conclusions et discussion

La première partie de cet article a permis de montrer que les calculs de rentabilité globale classique peuvent être adaptés très simplement pour prendre en compte les règles fiscales particulières propres à un projet d'investissement et notamment les fiscalités parfois complexes en vigueur dans le domaine de l'Exploration et de la Production de pétrole et de gaz.

Pour ce qui concerne la méthode d'Arditti-Levy, celle-ci est d'utilisation courante pour l'étude de projets en Exploration-Production. Sa mise en œuvre demande cependant quelques précautions, bien connues des spécialistes, mais qui rendent parfois un peu plus difficile une décentralisation des décisions. En effet, donner la valeur du taux d'actualisation aux différents responsables n'est pas suffisant. La première vérification à effectuer est naturellement celle de la compatibilité entre les hypothèses de financement retenues pour la détermination du taux d'actualisation et celles faites pour le calcul des charges financières et des crédits d'impôt correspondants. Dans la pratique, l'emploi de la méthode, dans sa version originelle, est bien en principe limité à l'étude de projets auxquels sont associés des financements par emprunt cohérents avec les objectifs de ratio d'endettement que se fixe l'entreprise. Même dans ce cas, le non-spécialiste peut rencontrer quelques difficultés. Citons en quelques-unes :

- *Sensibilité au taux d'intérêt de l'emprunt :* Le taux de rentabilité interne d'un projet, toutes choses égales par ailleurs, est d'autant plus élevé que le taux de l'emprunt est élevé. Ceci peut surprendre l'analyste néophyte qui envisagerait d'utiliser un taux d'actualisation inchangé.

- *Durée de remboursement de l'emprunt :* Il peut arriver qu'elle soit sensiblement plus courte que la durée de vie du projet. Ceci correspond à une situation assez éloignée de l'hypothèse de ratio d'endettement constant sur la période d'étude et peut conduire à sous-estimer parfois nettement la rentabilité du projet.

- *Valeur économique d'un projet :* Considérons un projet pour la réalisation duquel le capital emprunté représente une fraction de l'investissement égale au ratio d'endettement w de

l'entreprise, soit : $B_0 = wI_0$. Dans ce cas, les VAN calculées[3] avec la méthode classique et celle d'Arditti-Levy (et l'approche fonds propres) sont en principe de même signe mais de valeurs distinctes[4]. S'il s'agit de prendre une décision d'accepter ou rejeter le projet, les 2 (ou 3) méthodes conduisent bien à la même proposition. Mais lorsque l'on doit définir le prix que l'entreprise peut accepter pour acheter ou vendre une participation dans le projet, c'est la valeur économique du projet (V_n à l'année n) qui doit servir de référence. Trouver des valeurs différentes avec les deux méthodes peut alors devenir problématique.

Revenons maintenant à l'étude de projets présentant un ratio d'endettement w' différent du ratio de référence w défini par l'entreprise. Une formulation de la méthode d'Arditti adaptée a été proposée en section 3.2. Mais cette formulation, sans être complexe, n'a pas la simplicité de celle présentée en première partie. Par ailleurs, la méthode classique « généralisée » proposée, paraît présenter un certain nombre d'avantages :

- **La formulation retenue est, une fois défini le taux d'actualisation, indépendante** des considérations relatives au ratio d'endettement qui, à l'échelle de l'entreprise, doit être respecté pour l'ensemble des projets de même type.

- Dans les cas les plus courants **hors du secteur Exploration-Production**, la fiscalité appliquée aux revenus du projet n'est pas distincte de celle à laquelle est soumise l'entreprise. La méthode proposée se ramène alors à la méthode classique. Son emploi permettrait alors d'avoir un seul et même critère pour l'ensemble des secteurs d'activités d'un groupe pétrolier, critère classique et dont l'utilisation est plus simple et sensiblement plus courante que celle de la méthode d'Arditti-Levy.

- Au cours de **premières études de rentabilité d'un projet**, en particulier lors des discussions éventuelles entre partenaires, les calculs sont généralement effectués hors emprunt. Autrement dit, ils sont réalisés à partir d'échéanciers de **flux de trésorerie d'exploitation**. Par ailleurs, l'analyse de résultats financiers "*ex post*" se fait souvent en calculant un taux de rentabilité comptable global, portant sur la totalité du capital investi (ROCE, Return On Capital Employed). Les revenus comptables utilisés à cette fin ne comportent ni charges d'intérêt ni économies d'impôt correspondantes. Ce "ROCE" se compare donc à un coût du capital après impôt. De même, l'utilisation d'une méthode EVA (Economic Value Added) se fait en définissant la création de valeur d'une année comme la différence entre le revenu comptable annuel (hors éléments financiers) et un coût d'immobilisation du capital.. Ce dernier fait également intervenir un coût moyen du capital après impôt. Dans ces différents cas, la référence explicite ou implicite est la méthode globale classique et non la méthode d'Arditti-Levy. Un avantage de la méthode classique généralisée est ainsi de s'appuyer sur des éléments comparables.

En conclusion, en l'état actuel de nos connaissances, en attendant la réaction des spécialistes de l'industrie, la "méthode classique généralisée" nous paraît préférable dans tous les cas de figure, quels que soient le ratio d'endettement du projet et le ratio de référence défini par l'entreprise.

[3] Les relations entre les VAN obtenues dans ce cas par les différentes méthodes sont données dans Babusiaux [1990]

[4] Rappelons en effet qu'elles sont égales lorsque $B_0 = w(I_0 + VAN)$

Bibliographie

Babusiaux, Denis, 1990, *Décision d'investissement et calcul économique dans l'entreprise* (Ed. Economica, Ed. Technip, Paris).

Boudreaux, Kenneth J., and Hugh W. Long, 1979, The weighted average cost of capital as a cutoff rate : a further analysis, *Financial Management* 8, Summer, 7-14.

Chambers, Donald R., Robert S. Harris, and John J. Pringle, 1982, Treatment of financing mix in analyzing investment opportunities, *Financial Management* 8, Summer, 24-41.

Linke, Charles M., and Moon K. Kim, 1974, More on the weighted average cost of capital: a comment and analysis, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 9, 1069-1080.

Pierru, Axel, and Denis Babusiaux, 2000, A general approach to different concepts of cost of capital; in Bonilla, M., Casasus, T., Sala, R., eds.: *Financial Modelling* (Physica-Verlag, contributions to Management Science), 339-351.

Pierru, Axel, and Denis Babusiaux, 2000, Capital budgeting and cost of capital: a unique formulation of the main investment decision methods, abstracting journals*: Valuation, capital budgeting and investment policy* (Vol. 3**,** N° 15), *European Financial Management Association - 2000 Athens Meeting* (Vol. 1, N° 2), Social Science Electronic Publishing.

ANNEXE

Cohérence de la méthode globale classique "généralisée" avec la méthode d'Arditti-Levy adaptée

1 - Introduction

Dans une première section, nous montrerons que la méthode proposée (« classique généralisée ») conduit à la même Valeur Actuelle Nette d'un projet que la méthode d'Arditti-Levy, adaptée comme indiqué en section 3 au cas où l'on affecte un emprunt quelconque au projet étudié.

Nous donnerons ensuite quelques éléments d'analyse concernant les taux de rentabilité interne obtenus à l'aide de chaque méthode. Les taux de rentabilité sont en effet d'un usage courant dans les entreprises. Leur valeur est indépendante du taux d'actualisation, et il s'agit d'un résultat souvent considéré comme plus parlant qu'une Valeur Actuelle Nette.

Auparavant, reprenons les principales notations et formules données aux sections 1.2 et 3.2.

Coût après impôt de la dette affectée au projet : $\hat{r}'_n = (1-\theta_n)r'$

Coût après impôt de l'emprunt pris pour le calcul du taux d'actualisation : $\hat{r} = (1-t)r$

Les flux G_n et Z_n à prendre respectivement en compte avec la méthode globale classique généralisée et la méthode d'Arditti-Levy adaptée sont les suivants (chaque année n) :

$$G_n = F_n + (\hat{r} - \hat{r}'_n)B'_{n-1}$$

$$Z_n = F_n + (r - \hat{r}'_n)B_{n-1} + (\hat{r} - \hat{r}'_n)C_{n-1}$$

Remarquons que cette définition de Z_n généralise au cas $r' \neq r$ celle fournie en section 2.2.

Puisque $B'_{n-1} = B_{n-1} + C_{n-1}$, la relation liant les flux G_n et Z_n des deux méthodes s'écrit :

$$Z_n = G_n + trB_{n-1}$$

Nous retrouvons une relation semblable à celle qui relie les flux F_n et S_n associés aux deux méthodes dans leur définition originelle :

$$S_n = F_n + trB_{n-1}$$

2 - Égalité des valeurs actuelles nettes - Ratio d'endettement défini par rapport à la valeur économique du projet

La démonstration présentée ici généralise celles établies par Boudreaux et Long (1979) et Babusiaux (1990). En effet :

- le taux d'intérêt de l'emprunt affecté au projet peut être quelconque,

- le ratio d'endettement du projet peut être différent du ratio de référence fixé par l'entreprise pour les projets appartenant à la même classe de risque,

- le taux d'imposition θ_n du projet peut être quelconque chaque année n,

Le raisonnement se fait par récurrence. Les valeurs économiques du projet associées aux deux méthodes s'écrivent :

$$V_n = \sum_{k=n+1}^{N} \frac{G_k}{(1+i)^{k-n}} \text{ et } W_n = \sum_{k=n+1}^{N} \frac{Z_k}{(1+s)^{k-n}}$$

Nous allons montrer que $W_n = V_n$ chaque année n.

La relation est vérifiée l'année N : $W_N = V_N = 0$.

Supposons que $W_n = V_n$. Montrons qu'alors $W_{n-1} = V_{n-1}$.

Par définition: $W_{n-1} = \dfrac{Z_n + W_n}{1+s}$

En remplaçant W_n par V_n, Z_n par $G_n + trB_{n-1}$ ainsi que B_{n-1} par wW_{n-1} (B_{n-1} a été défini comme la part d'emprunt respectant le ratio de référence w) et en notant que $i = s - trw$ on obtient :

$$W_{n-1} = \frac{G_n + V_n}{1+i}$$

Soit : $W_{n-1} = V_{n-1}$.

En particulier, $W_0 - I_0 = V_0 - I_0 = VAN$, les deux méthodes conduisent bien à la même Valeur Actuelle Nette.

3 - Cohérence des méthodes lors de l'utilisation de taux de rentabilité interne

Le résultat ci-dessus est suffisant pour prouver que l'utilisation de taux de rentabilité conduit aux même propositions de réalisation ou rejet d'un projet que des calculs de VAN. Il est cependant possible d'apporter un éclairage complémentaire qui ne fait pas intervenir le taux d'actualisation (nécessaire dans ce qui précède pour la détermination de la valeur économique du projet). Pour cela nous utiliserons une définition différente d'un ratio d'endettement et donc de l'emprunt respectant le ratio d'endettement de l'entreprise w.

Nous présenterons la formulation dans le cas où les seuls flux de l'année 0 sont relatifs à des dépenses d'investissement, notées I_0, (la généralisation permettant de lever cette hypothèse est immédiate, tout au moins lorsque l'échéancier des flux de trésorerie présente un taux de rentabilité unique, ce que nous supposerons ici).

Considérons l'ensemble du capital investi (I_0 l'année 0), comme un prêt consenti par la Direction financière de l'entreprise à la division responsable du projet (peu importe ici l'origine de ces fonds). Ce prêt est remboursé au moyen des revenus du projet au fur et à mesure des encaissements (flux G_n lorsqu'ils sont positifs). Son taux d'intérêt est égal au taux de rentabilité globale du projet, noté r_g , ce qui implique qu'il sera totalement remboursé à la fin de la période d'étude sans bénéfice ni perte pour la division responsable du projet.

Notons K_n le capital total non encore remboursé (à la Direction financière) l'année n.

La loi d'évolution de K_n est définie par la relation de récurrence

$$\begin{aligned} K_n &= (1+r_g)K_{n-1} - G_n \qquad \text{(A1)} \\ K_0 &= I_0 \\ K_N &= 0 \end{aligned}$$

Introduisons maintenant l'emprunt (fictif) défini comme devant respecter le ratio d'endettement de référence w.

Notons $\overline{B}_n$ le montant de cet emprunt restant dû l'année n. Le capital emprunté $\overline{B}_0$ l'année 0 est défini par :

$$\overline{B}_0 = wI_0$$

Autrement dit, le ratio d'endettement à respecter année 0 est un ratio défini par rapport au coût de l'investissement et non, comme au paragraphe précédent, par rapport à la valeur économique du projet. Pour une année quelconque, les modalités de remboursement seront telles que :

$$\overline{B}_n = wK_n$$

Le ratio d'endettement correspondant à ce prêt fictif est ainsi défini par rapport à la totalité du capital non encore remboursé par la Division "projets" à la Direction financière.

Quant aux flux à utiliser avec la méthode d'Arditti, ils peuvent être définis de façon semblable à ce qui a été fait au § 2.2,en remplaçant B_n par $\overline{B}_n$ et C_n par $\overline{C}_n$

$$\overline{C}_n = B'_n - \overline{B}_n$$

Le flux à imputer au projet s'écrit alors :

$$\overline{Z}_n = F_n + \theta_n r\overline{B}_{n-1} + (\theta_n - t)r\overline{C}_{n-1}$$

$$\overline{Z}_n = G_n + tr\overline{B}_{n-1} \qquad \text{(A2)}$$

En rapprochant les équations A1 et A2 et en remplaçant $\overline{B}_{n-1}$ par wK_{n-1} , il vient :

$$K_n = (1 + r_g + wrt)K_{n-1} - \overline{Z}_n$$

Soit :

$$K_0 = \sum_{k=1}^{N} \frac{G_k}{(1+r_g)^k} = \sum_{k=1}^{N} \frac{\overline{Z}_k}{(1+r_g+wrt)^k} = I_0$$

Le taux de rentabilité interne ainsi obtenu avec la méthode d'Arditti est donc :

$$r_s = r_g + wrt$$

En rapprochant cette relation de celle qui lie les taux d'actualisation des deux méthodes :

$$s = i + wrt$$

on observe que

$$r_s \geq s$$

si et seulement si

$$r_g \geq i$$

Les deux méthodes conduisent bien à la même décision de réalisation ou de rejet du projet.

<u>Remarque</u> : Les deux éclairages présentés, l'un à l'aide des valeurs actuelles, l'autre avec des taux de rentabilité s'appuient sur une définition identique de l'emprunt fictif respectant le ratio d'endettement *w* lorsque l'on étudie un projet marginal (présentant une VAN nulle).

Déjà parus

CEG-1. D. PERRUCHET, J.-P. CUEILLE,
Compagnies pétrolières internationales : intégration verticale et niveau de risque.
Novembre 1990

CEG-2. C. BARRET, P. CHOLLET,
Canadian gas exports: modeling a market in disequilibrium.
Juin 1990

CEG-3. J.-P. FAVENNEC, V. PREVOT,
Raffinage et environnement.
Janvier 1991

CEG-4. D. BABUSIAUX,
Note sur le choix des investissements en présence de rationnement du capital.
Janvier 1990

CEG-5. J.-L. KARNIK,
Les résultats financiers des sociétés de raffinage distribution en France 1978-89.
Mars 1991

CEG-6. I. CADORET, P. RENOU,
Élasticités et substitutions énergétiques : difficultés méthodologiques.
Avril 1991

CEG-7. I. CADORET, J.-L. KARNIK,
Modélisation de la demande de gaz naturel dans le secteur domestique : France, Italie, Royaume-Uni 1978-1989.
Juillet 1991

CEG-8. J.-M. BREUIL,
Émissions de SO2 dans l'industrie française : une approche technico-économique.
Septembre 1991

CEG-9. A. FAUVEAU, P. CHOLLET, F. LANTZ,
Changements structurels dans un modèle économétrique de demande de carburant.
Octobre 1991

CEG-10. P. RENOU,
Modélisation des substitutions énergétiques dans les pays de l'OCDE.
Décembre 1991

CEG-11. E. DELAFOSSE,
Marchés gaziers du Sud-Est asiatique : évolutions et enseignements.
Juin 1992

CEG-12. F. LANTZ, C. IOANNIDIS,
Analysis of the French gasoline market since the deregulation of prices.
Juillet 1992

CEG-13. K. FAID,
Analysis of the American oil futures market.
Décembre 1992

CEG-14. S. NACHET,
La réglementation internationale pour la prévention et l'indemnisation des pollutions maritimes par les hydrocarbures.
Mars 1993

CEG-15. J.-L. KARNIK, R. BAKER, D. PERRUCHET,
Les compagnies pétrolières : 1973-1993, vingt ans après.
Juillet 1993

CEG-16. N. ALBA-SAUNAL,
Environnement et élasticités de substitution dans l'industrie ; méthodes et interrogations pour l'avenir.
Septembre 1993

CEG-17. E. DELAFOSSE,
Pays en développement et enjeux gaziers : prendre en compte les contraintes d'accès aux ressources locales.
Octobre 1993

CEG-18. J.P. FAVENNEC, D. BABUSIAUX*,
L'industrie du raffinage dans le Golfe arabe, en Asie et en Europe : comparaison et interdépendance.
Octobre 1993

CEG-19. S. FURLAN,
L'apport de la théorie économique à la définition d'externalité.
Juin 1994

CEG-20. M. CADREN,
Analyse économétrique de l'intégration européenne des produits pétroliers : le marché du diesel en Allemagne et en France.
Novembre 1994

CEG-21. J.L. KARNIK, J. MASSERON*,
L'impact du progrès technique sur l'industrie du pétrole.
Janvier 1995

CEG-22. J.P. FAVENNEC, D. BABUSIAUX,
L'avenir de l'industrie du raffinage.
Janvier 1995

CEG- 23. D. BABUSIAUX, S. YAFIL*,
Relations entre taux de rentabilité interne et taux de rendement comptable.
Mai 1995

CEG-24. D. BABUSIAUX, J. JAYLET*,
Calculs de rentabilité et mode de financement des investissements, vers une nouvelle méthode ?
Juin 1996

CEG-25. J.P. CUEILLE, J. MASSERON*,
Coûts de production des énergies fossiles : situation actuelle et perspectives.
Juillet 1996

CEG-26. J.P. CUEILLE, E. JOURDAIN,
Réductions des externalités : impacts du progrès technique et de l'amélioration de l'efficacité énergétique.
Janvier 1997

CEG-27. J.P. CUEILLE, E. DOS SANTOS,
Approche évolutionniste de la compétitivité des activités amont de la filière pétrolière dans une perspective de long terme.
Février 1997

CEG-28. C. BAUDOUIN, J.P. FAVENNEC,
Marges et perspectives du raffinage.
Avril 1997

CEG-29. P. COUSSY, S. FURLAN, E. JOURDAIN, G. LANDRIEU, J.V. SPADARO, A. RABL,
Tentative d'évaluation monétaire des coûts externes liés à la pollution automobile : difficultés méthodologiques et étude de cas.
Février 1998

CEG-30. J.P. INDJEHAGOPIAN, F. LANTZ, V. SIMON,
Dynamique des prix sur le marché des fiouls domestiques en Europe.
Octobre 1998

CEG-31. A. PIERRU, A. MAURO
Actions et obligations : des options qui s'ignorent.
Janvier 1999

CEG-32. V. LEPEZ, G. MANDONNET
Problèmes de robustesse dans l'estimation des réserves ultimes de pétrole conventionnel.
Mars 1999

CEG-33. J. P. FAVENNEC, P. COPINSCHI
L'amont pétrolier en Afrique de l'Ouest, état des lieux
Octobre 1999

CEG-34. D. BABUSIAUX
Mondialisation et formes de concurrence sur les grands marchés de matières premières énergétiques : le pétrole.
Novembre 1999

CEG-35. D. RILEY
The Euro
Février 2000

CEG-36. D. BABUSIAUX, A. PIERRU
Calculs de rentabillité et mode de financement des projets d'investissement : propositions méthodologiques

* une version anglaise de cet article est disponible sur demande